Chapitre 4
Nombres réels

I) Calcul fractionnaire (voir polycopié)

1. Comprendre l'écriture fractionnaire

La fraction $\frac{a}{b}$ représente $a \div b$. Le dénominateur b est **différent de zéro**.

$$n = \frac{n}{1} \qquad \frac{0}{b} = 0 \quad (b \neq 0)$$

Si le résultat est entier, écrire directement cet entier.

a: numérateur.

2. Gérer les signes

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

Pour un **produit ou un quotient** de nombres non nuls : mêmes signes $\to +$; signes contraires $\to -$.

3. Simplifier une fraction

Diviser le numérateur et le dénominateur par un **même diviseur commun**.

$$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b} \quad (k \neq 0)$$

On simplifie des **facteurs**, jamais des termes d'une somme. Une fraction irréductible ne se simplifie plus.

4. Additionner ou soustraire

Avec le **même dénominateur**, on le conserve et on calcule les numérateurs.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

1. Entiers et fractions

$$4 = \frac{4}{1} \qquad \frac{18}{6} = 3 \qquad \frac{0}{7} = 0$$

Un entier peut être écrit avec le dénominateur 1 pour effectuer un calcul.

Réponse finale : écrire 3, et non $\frac{3}{1}$.

2. Signes

$$\frac{-3}{5} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5} \qquad \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

3. Simplification

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}$$

$$-\frac{14}{21} = -\frac{14 \div 7}{21 \div 7} = -\frac{2}{3}$$

Dans chaque cas, le numérateur et le dénominateur n'ont plus de diviseur commun supérieur à 1.

4. Même dénominateur

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{4}{5} = \frac{2-4}{5} = -\frac{2}{5}$$

Le dénominateur est conservé.

FRACTIONS_ADDITION_MEME_DENO1
FRACTIONS_SOUSTRACTION_MEME_DENO1

5. Mettre au même dénominateur

Choisir un **multiple commun** des dénominateurs, le plus petit possible pour faciliter le calcul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d} \qquad \frac{c}{d} = \frac{c \times b}{d \times b}$$

Appliquer ensuite la règle 4, puis simplifier le résultat.

Ciblés : 04, 05. **Réinvest. :** 08–11, 13, 14.

6. Multiplier des fractions

Multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

On peut simplifier les **facteurs communs** au numérateur et au dénominateur **avant de multiplier**.

Ciblé : 06. **Réinvest. :** 07–14.

3 4

12

$12 = 3 \times 4$

5. Dénominateurs différents

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Pour 6 et 4, le dénominateur commun 12 suffit : il n'est pas nécessaire de prendre 24.

Ciblés : 04, 05. **Réinvest. :** 08–11, 13, 14.

6. Multiplication

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{9 \times 2} = \frac{2}{3}$$

Ici, on peut simplifier par 3 et par 2 avant de multiplier.

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$\frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 3 \times 2}$

Ciblé : 06. **Réinvest. :** 07–14.

FRACTIONS_ADDITION_DENO_DIFFERENTS1
FRACTIONS_SOUSTRACTION_DENO_DIFFERENTS1

7. Diviser par une fraction

Diviser par une fraction **non nulle**, c'est multiplier par son **inverse**.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

On inverse seulement la fraction qui divise.

Ciblés : 07, 12. **Réinvest. :** 08, 13, 14.

8. Respecter les priorités

Calculer dans cet ordre :

1. Parenthèses, en commençant à l'intérieur.
2. Puissances.
3. Multiplications et divisions, de gauche à droite.
4. Additions et soustractions, de gauche à droite.

Ciblés : 08, 11. **Réinvest. :** 07, 13, 14.

7. Division et fraction de fractions

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{\frac{3}{4}} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

Ciblés : 07, 12. **Réinvest. :** 08, 13, 14.

8. Avec ou sans parenthèses

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

On commence par la multiplication.

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$$

On commence par la somme entre parenthèses.

Ciblés : 08, 11. **Réinvest. :** 07, 13, 14.

FRACTIONS_DIVISION_1
FRACTIONS_PRIORITES_1
FRACTIONS2
FRACTION_DE_FRACTIONS1

9. Facteurs premiers et PGCD

Un **nombre premier** est un entier supérieur à 1 dont les seuls diviseurs positifs sont 1 et lui-même.
Décomposer un entier, c'est l'écrire comme un **produit de nombres premiers**.
Le **PGCD** est le plus grand diviseur commun. Dans les décompositions, garder les facteurs premiers communs avec les **plus petits exposants**.

Ciblés : 15, 16 — exercice 1 (décompositions et PGCD).

10. Former des lots identiques

Pour utiliser **tout le stock** de deux sortes d'objets en formant le **plus grand nombre de lots de même composition** :
Nombre maximal de lots
= PGCD des deux quantités.
Contenu de chaque lot : diviser chacune des deux quantités par ce PGCD.

Ciblés : 15, 16 — exercice 2 (lots identiques).

9. Décomposition et PGCD

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$
$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Les facteurs premiers communs sont 2 et 3. On retient 2^2 et 3^1, donc :

$$\text{PGCD}(72\,;\,60) = 2^2 \times 3 = 12$$

Ciblés : 15, 16 — exercice 1 (décompositions et PGCD).

10. Sachets de caramels

Avec **72 caramels mous** et **60 caramels durs**, on utilise tout pour faire le maximum de sachets identiques.
$\text{PGCD}(72\,;\,60) = 12$: on forme **12 sachets**.
Chaque sachet contient :
$72 \div 12 = 6$ caramels mous ;
$60 \div 12 = 5$ caramels durs.

Ciblés : 15, 16 — exercice 2 (lots identiques).

Approfondissement (non traité en classe)

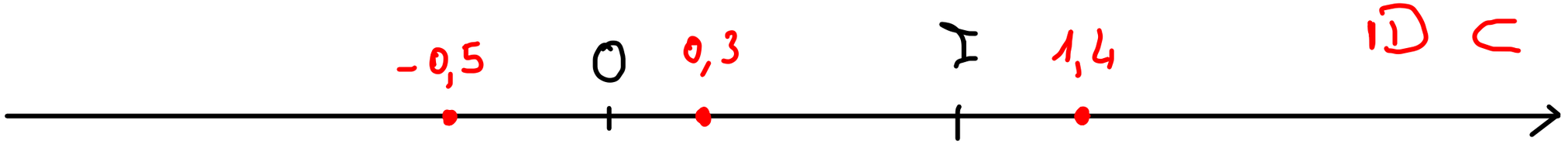
Approfondissement (non traité en classe)

II) Les nombres réels

(O ; I) $\mathbb{R}$

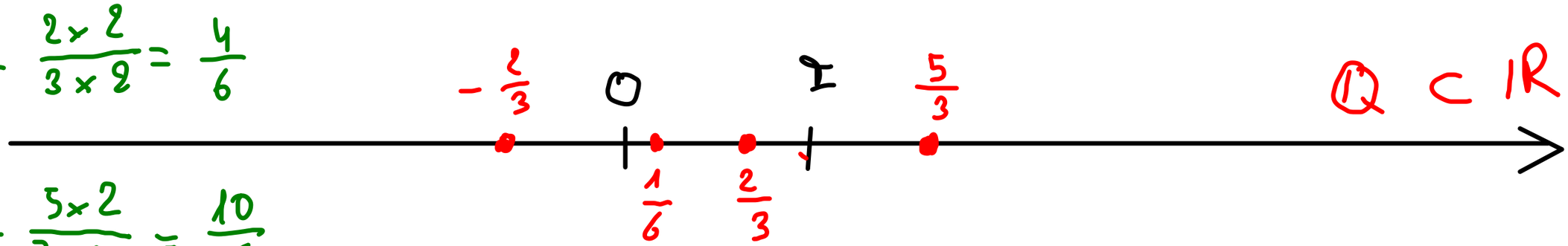
Définitions

On considère une droite munie d'un repère $(O\,;I)$.
L'ensemble des nombres réels est l'ensemble des abscisses des points de cette droite, appelée droite numérique. **L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.**



$\mathbb{D} \subset \mathbb{R}$

$\frac{2}{3} = \frac{2\times 2}{3\times 2} = \frac{4}{6}$



$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$\frac{5}{3} = \frac{5\times 2}{3\times 2} = \frac{10}{6}$

1/2, 1/3, comparer des fractions avec 1/2=3/6 et 1/3=2/6

Quelques fractions et leur opposé à connaitre:

$\frac{1}{2} = 0{,}5$	
$\frac{1}{4} = 0{,}25$	$\frac{3}{4} = 0{,}75$
$\frac{1}{5} = 0{,}2$	$\frac{2}{5} = 0{,}4$; $\frac{3}{5} = 0{,}6$; $\frac{4}{5} = 0{,}8$
$\frac{1}{3} \approx 0{,}333$	$\frac{2}{3} \approx 0{,}667$
$\frac{1}{6} \approx 0{,}167$	$\frac{5}{6} \approx 0{,}833$

Rappel du cours

