Chapitre 4
Probabilités

1. Expérience aléatoire

1. Expérience aléatoire et vocabulaire

Définitions

- Une **expérience** est dite **aléatoire** si on ne peut pas en prévoir le résultat à l'avance.
- Chaque résultat possible d'une expérience aléatoire est appelé une **issue**.
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé **l'univers** de l'expérience. Il est généralement noté Ω (« oméga »). Ω
- On appelle **évènement** une partie de l'univers Ω ; c'est donc un ensemble d'issues.
- **L'évènement contraire** d'un évènement A, noté $\overline{A}$, est l'évènement formé par toutes les issues qui ne réalisent pas l'évènement A.

Définitions

- Une **expérience** est dite **aléatoire** si on ne peut pas en prévoir le résultat à l'avance.
- Chaque résultat possible d'une expérience aléatoire est appelé une **issue.**
- L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire est appelé l'**univers** de l'expérience. Il est généralement noté Ω (« oméga »). Ω
- On appelle **évènement** une partie de l'univers Ω ; c'est donc un ensemble d'issues.
- L'**évènement contraire** d'un évènement A, noté $\overline{A}$, est l'évènement formé par toutes les issues qui ne réalisent pas l'évènement A.

Exemple

On considère un dé tétraèdrique

- On jette le dé et on note le nombre de la pointe obtenu = Expérience ALEATOIRE
- "3" est une issue. (il y a aussi "1", "2" et "4")

- On appelle **évènement** une partie de l'univers Ω ; c'est donc un ensemble d'issues.
- **L'évènement contraire** d'un évènement A, noté $\overline{A}$, est l'évènement formé par toutes les issues qui ne réalisent pas l'évènement A.

Exemple

On considère un dé tétraédrique.

- On jette le dé et on note le nombre de la pointe obtenu = Expérience ALEATOIRE
- "3" est une issue. (il y a aussi "1", "2" et "4")
- $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ est l'univers de l'expérience
- A = "le résultat est pair" est un évènement

  $A = \{2 ; 4\}$ est une autre écriture

- On jette le dé et on note le nombre de la pointe obtenu = Expérience ALEATOIRE
- "3" est une issue. (il y a aussi "1", "2" et "4")
- $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ est l'univers de l'expérience
- A = "le résultat est pair" est un évènement

  $A = \{2 ; 4\}$ est une autre écriture

- On jette le dé et on note le nombre de la pointe obtenu = Expérience ALEATOIRE
- "3" est une issue. (il y a aussi "1", "2" et "4")
- $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ est l'univers de l'expérience
- A = "le résultat est pair" est un évènement

  $A = \{2 ; 4\}$ est une autre écriture
- $\overline{A}$ = "le résultat est impair" est l'évènement contraire de A

  $\overline{A} = \{1 ; 3\}$ est une autre écriture

Exercice

On considère une urne dans laquelle on a placé 10 jetons numérotés de 1 à 10.
Compléter les phrases suivantes:

Expérience aléatoire : On tire un jeton au hasard et on note son numéro

1) A={1;3;5;7;9} correspond à l'évènement " le numéro obtenu est impair "

2) B={1;2;3;4;5;6;7} correspond à l'évènement 'le jeton porte un numéro inférieur ou égal à 7'

3) C={2;4;6;8;10} correspond à l'évènement " le numéro obtenu est pair "

4) D={7;8;9;10} correspond à l'évènement " le numéro obtenu est supérieur ou égal à 7 "

5) E={5;10} correspond à l'évènement 'le jeton porte un numéro qui est un multiple de 5'

6) F={8;9;10} correspond à l'évènement "le numéro est strictement supérieur à 7"

7) G={1;2;4;8} correspond à l'évènement 'le jeton porte un numéro qui est un diviseur de 16'

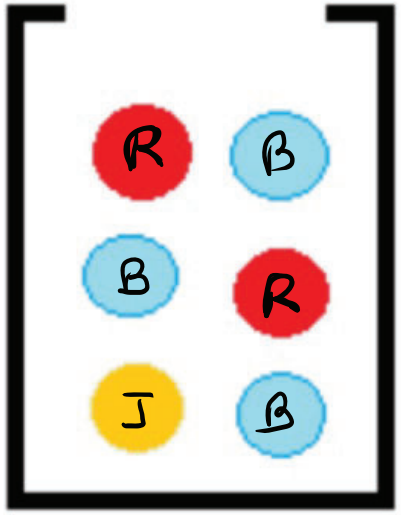
8) H={1;...;6} correspond à l'évènement 'le jeton porte un numéro strictement inférieur à 7'

PROBA_VOCABULAIRE1
PROBA_VOCABULAIRE2

2. Modélisation d'une expérience aléatoire

Définition

Choisir un **modèle de probabilité** pour une expérience aléatoire, c'est associer à chaque issue un nombre compris entre 0 et 1 appelé **probabilité de l'issue**, de sorte que la somme des probabilités de toutes les issues soit égale à 1. On définit ainsi une **loi de probabilité**.

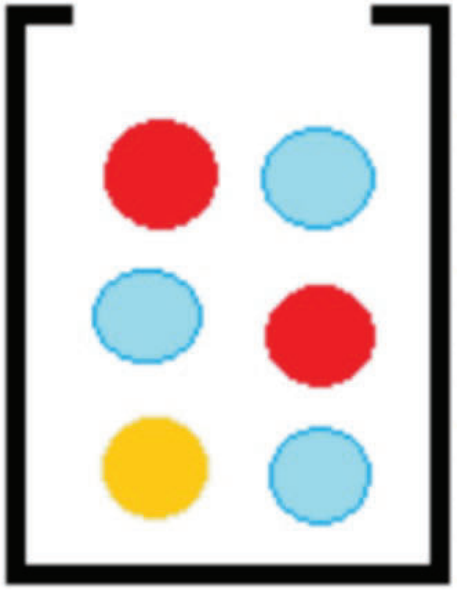


Expérience aléatoire : On tire une boule et on note sa couleur.

Univers : $\Omega = \{$Bleu, Rouge, Jaune$\}$

3 ISSUES

Loi de probabilité :



Expérience aléatoire : On tire une boule et on note sa couleur.

Univers : $\Omega = \{\text{Bleu}, \text{Rouge}, \text{Jaune}\}$

3 ISSUES

Loi de probabilité :

Issues	Bleu	Rouge	Jaune
Probabilité	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

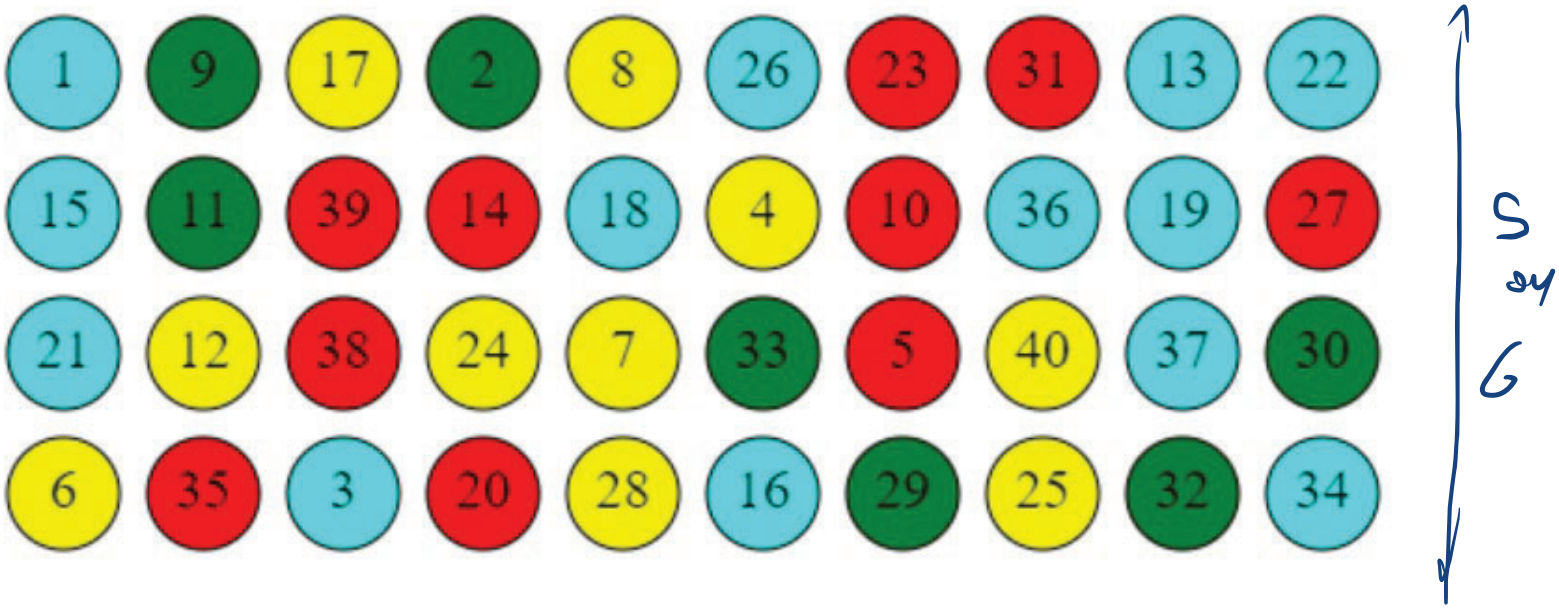
SOMME : $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Loi de probabilité :

Issues	Bleu	Rouge	Jaune
Probabilité	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

SOMME : $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Exercice



3 ISSUES

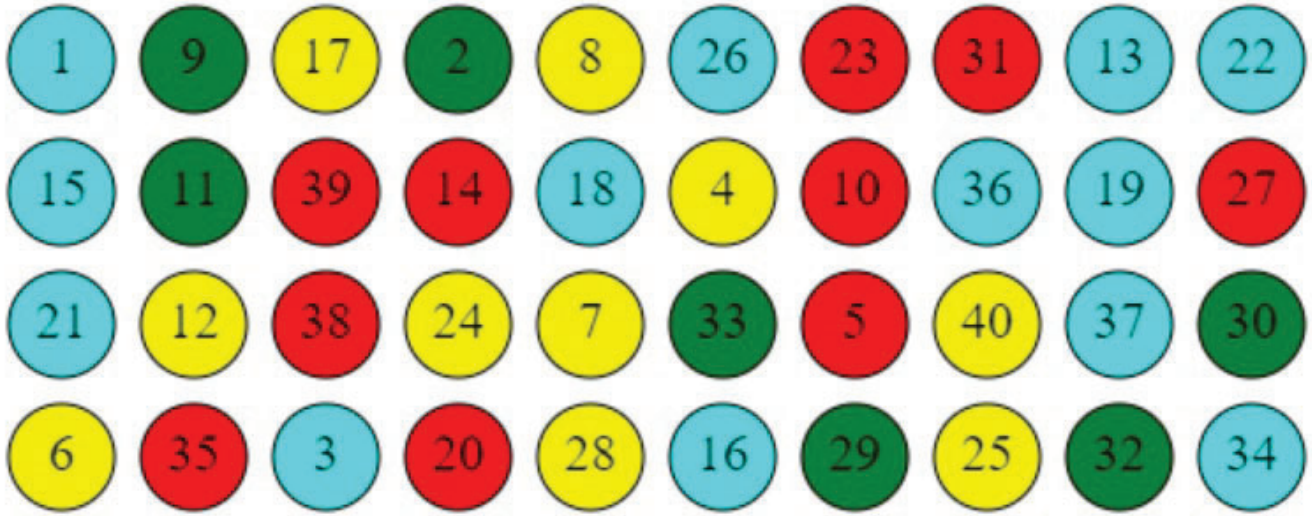
Loi de probabilité :

Issues	Bleu	Rouge	Jaune
Probabilité	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

SOMME : $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

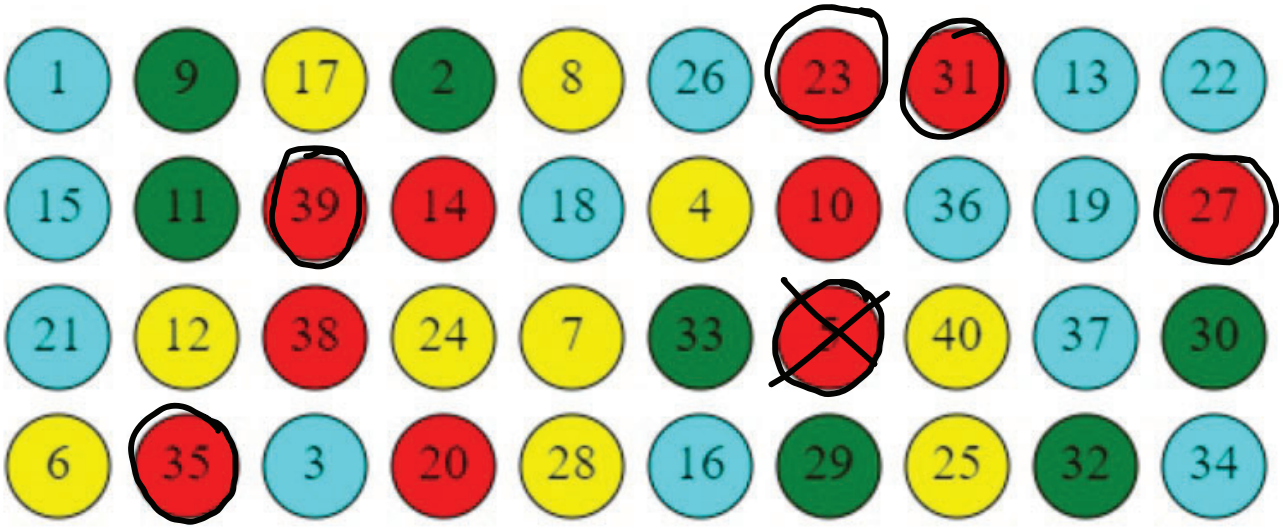
CALCUL_PROBABILITES1

Exercice



Exercice

Voici une urne contenant un ensemble de boules colorées et numérotées.
On tire une boule au hasard et on note sa couleur et son numéro

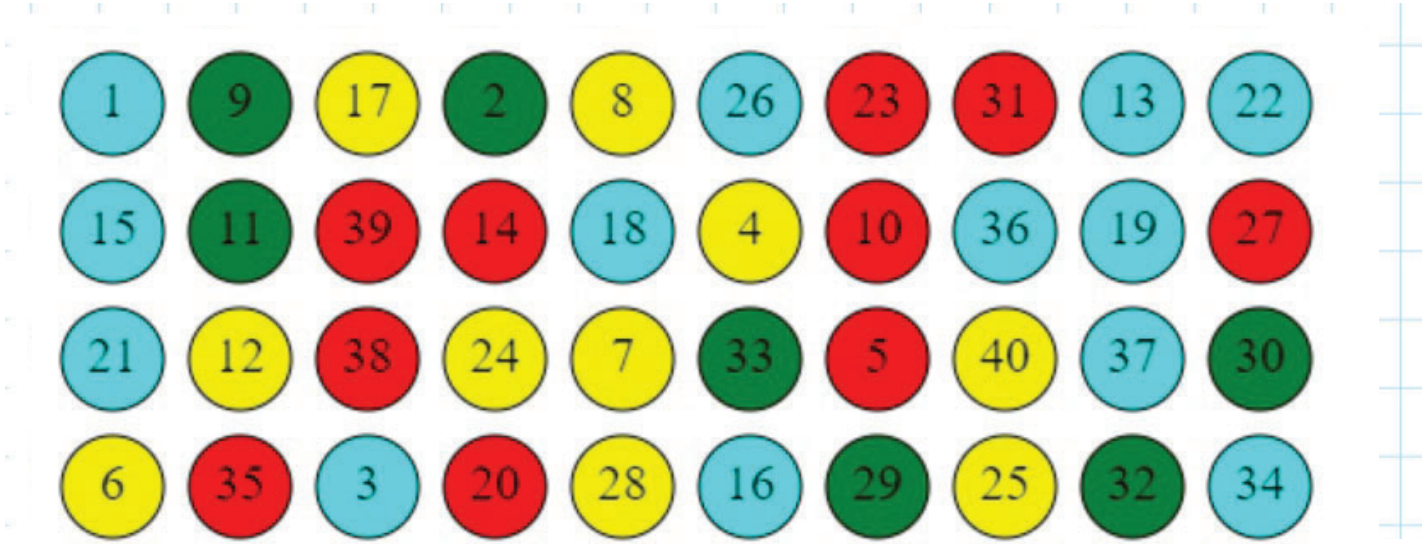


Evènements

"La boule tirée est rouge et porte un numéro impair supérieur ou égal à 7"

CALCUL_PROBABILITES1

Voici une Urne contenant un ensemble de boules colorées et numérotées.
On tire une boule au hasard et on note sa couleur et son numéro



Evènement

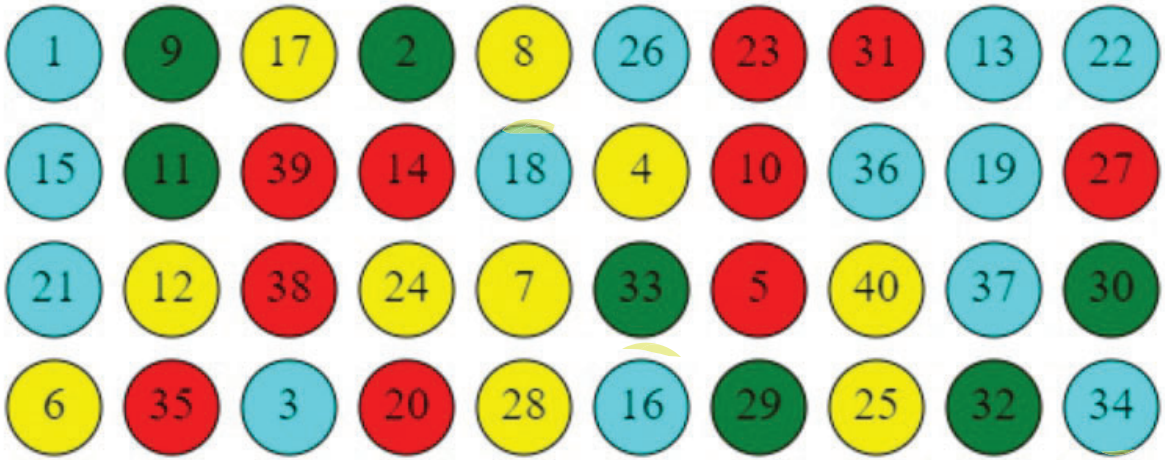
: "La boule tirée est rouge et porte un numéro impair supérieur ou égal à 7"

{ 35 ; 27 ; 39 ; 31 ; 23 }

probabilité : $\frac{5}{40} = \frac{1}{8}$

2) La probabilité de l'évènement "La boule tirée est bleue et porte un numéro pair" est égal à 6/40 ?

3) La probabilité de l'évènement "La boule tirée est bleue ou verte et porte un numéro impair" est égal à ____ ?



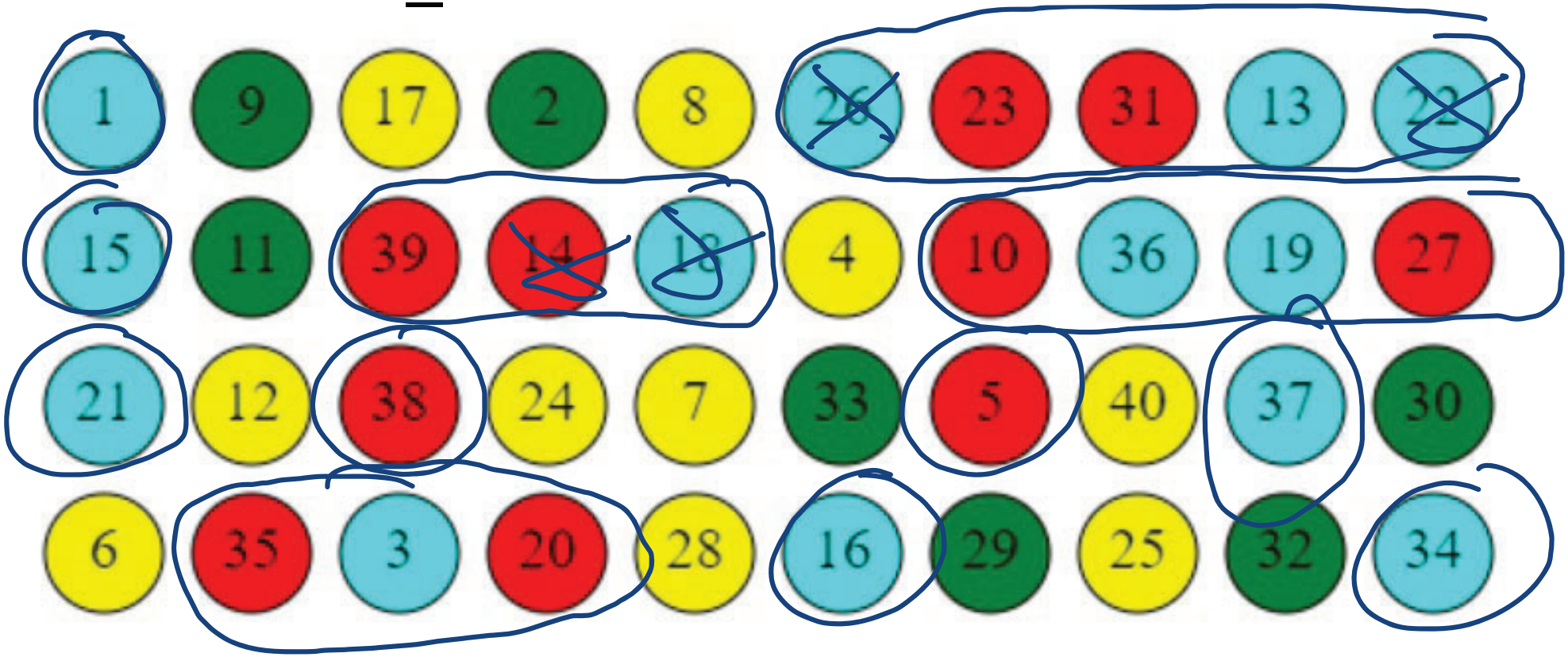
Evènement

: "La boule tirée est rouge et porte un numéro impair supérieur ou égal à 7"

{35 ; 27 ; 39 ; 31 ; 23}

probabilité : $\frac{5}{40} = \frac{1}{8}$

CALCUL_PROBABILITES1
CALCUL_PROBABILITES1a

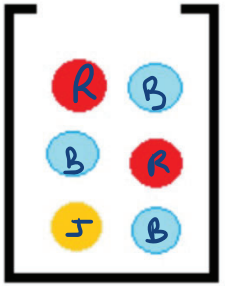


La boule tirée est bleue ou rouge et impair

Définition et propriétés

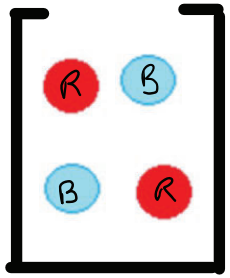
- Quand chaque issue a autant de chances de se produire qu'une autre, on est en **situation d'équiprobabilité**. Si une expérience comporte n issues équiprobables, la probabilité de chacune d'elles est égale à $\frac{1}{n}$.
- Quand on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition de chaque issue se stabilise autour d'une valeur. On prend alors cette valeur comme probabilité de l'issue.

Exemples



Situation qui n'est pas équiprobable

$P(B) \neq P(R) \neq P(J)$

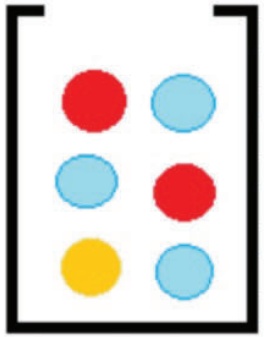


Situation d'équiprobabilité

$P(\text{Rouge}) = P(\text{bleu}) = \frac{1}{2}$

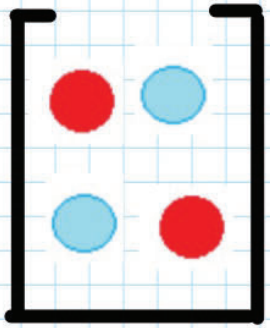
$\frac{2}{4} = \frac{2}{4}$

Remarque



Situation qui n'est pas équiprobable

$P(B) \neq P(R) \neq P(J)$



Situation d'équiprobabilité

$p(\text{Rouge}) = p(\text{bleu}) = \frac{1}{2}$

$\frac{2}{4} = \frac{2}{4}$

2. Calculs de probabilités

1. Probabilité d'un évènement

Définition

La **probabilité d'un évènement** est la somme des probabilités des issues qui constituent cet évènement.

2. Calculs de probabilités

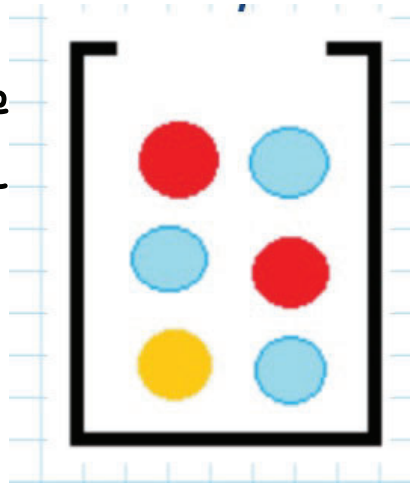
1. Probabilité d'un évènement

Définition

La **probabilité d'un évènement** est la somme des probabilités des issues qui constituent cet évènement.

Exemple

urne n° 1



$P(\text{"non Jaune"})$

$= \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$

$= \frac{5}{6}$

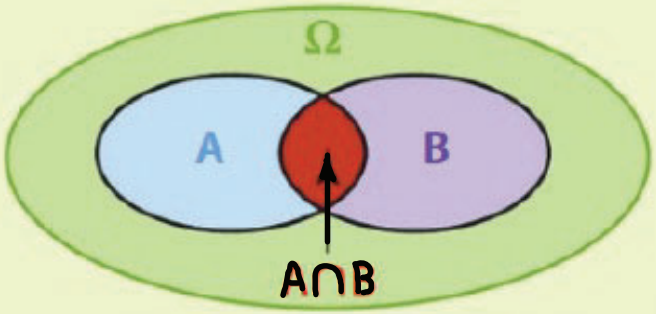
$= P(\text{"Bleu"}) + P(\text{"rouge"})$

$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)$

2. Réunion et intersection d'évènements

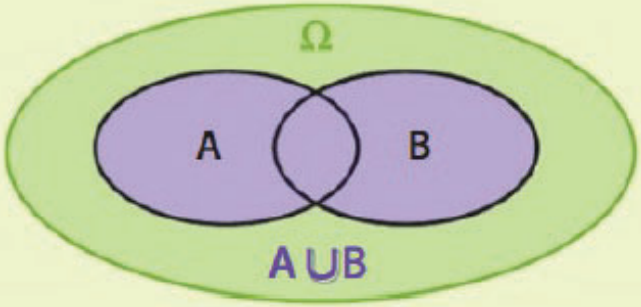
Définition "ET"

On appelle **A ∩ B** (on dit « A inter B ») l'évènement constitué des issues qui sont **à la fois** dans A et dans B.



Définition "OU"

On appelle **A ∪ B** (on dit « A union B ») l'évènement constitué des issues qui sont dans A **ou** dans B (c'est-à-dire dans A, dans B ou dans les deux).

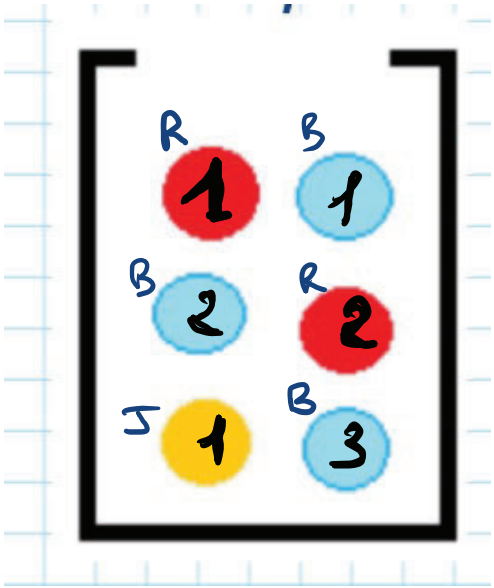


Propriété

Soient A et B deux évènements d'un univers Ω.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Exemple



A = " numéro pair " = { B 2 ; R 2 }

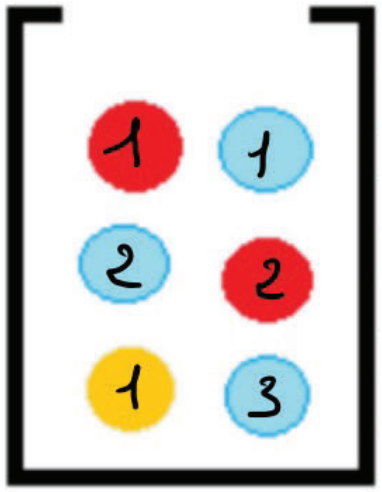
B = " Rouge " = { R 1 ; R 2 }

"et"

$A \cap B$ = { R 2 }

"ou"

$A \cup B$ = { R 1 ; R 2 ; B 2 }



A = "numéro pair" = { 2 ; 2 }

B = " Rouge " = { 1 ; 2 }

"et"

$A \cap B$ = { R2 2 }

$\boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{6}}$

"ou"

$A \cup B$ = { R1 1 ; R2 2 ; 2 }

$\boxed{P(A \cup B) = \frac{3}{6}}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(\{B2\ 2 ; R2\ 2\}) + P(\{R1\ 1 ; R2\ 2\}) - P(\{R2\ 2\})$$

On ne doit pas compter le 2 deux fois

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(\{\overset{B2}{2} ; \overset{R2}{2}\}) + P(\{\overset{R1}{1} ; \overset{R2}{2}\}) - P(\{\overset{R2}{2}\})$$

On ne doit pas compter le 2 deux fois

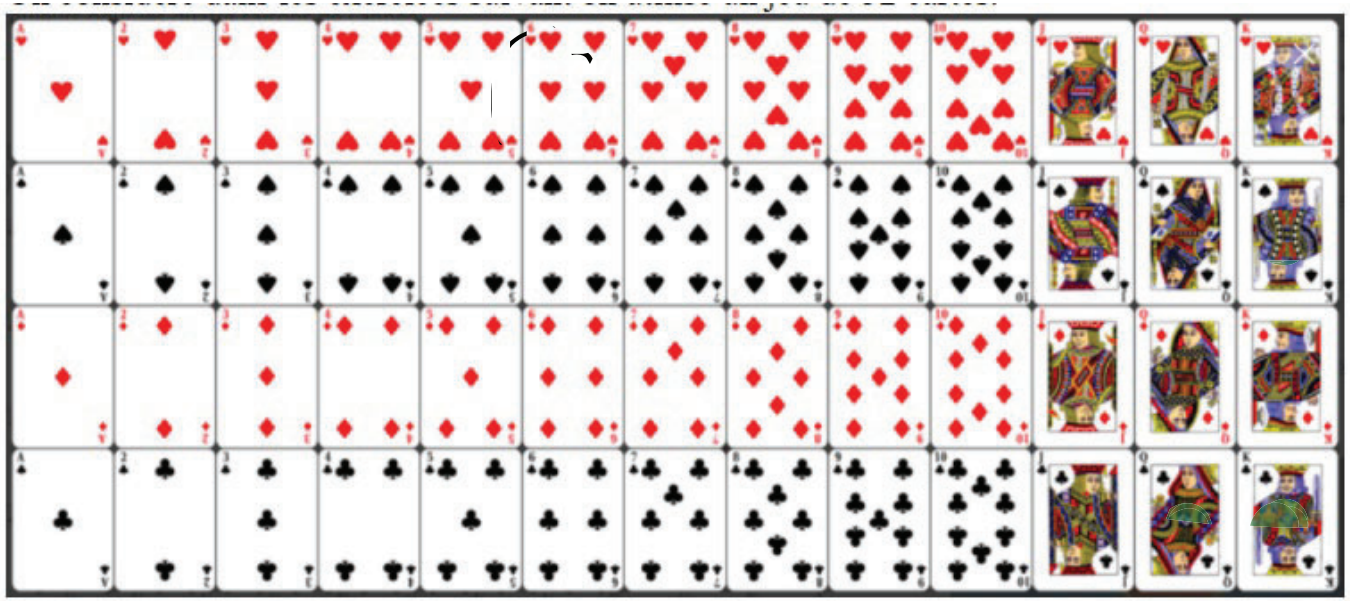
$$= \frac{2}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

Exercice Jeu de 52 cartes (13 × 4)

As = 1

2 couleurs : Rouge
et noire

13 cartes par famille (4)
(cœur, pique, carreau, trèfle)



On tire une carte au hasard

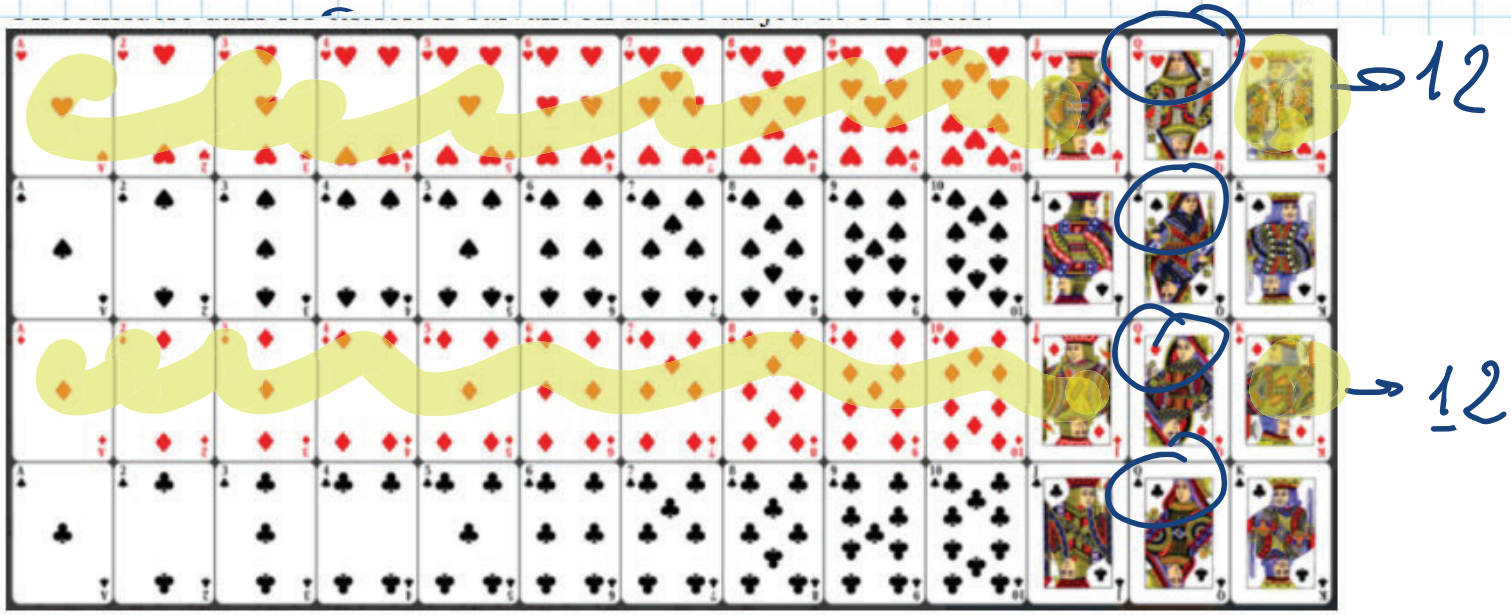
La probabilité d'avoir 1 carte de numéro PAIR et de couleur rouge est égal à 10/52 ?

La probabilité d'avoir 1 DAME ou une carte de couleur ROUGE est égal à 28/52 ?

La probabilité d'avoir 1 carte de numéro IMPAIR et de couleur noire est égal à ?

La probabilité d'avoir 1 VALET ou une carte de couleur NOIRE est égal à ?

La probabilité d'avoir 1 carte de numéro PAIR est égal à ?



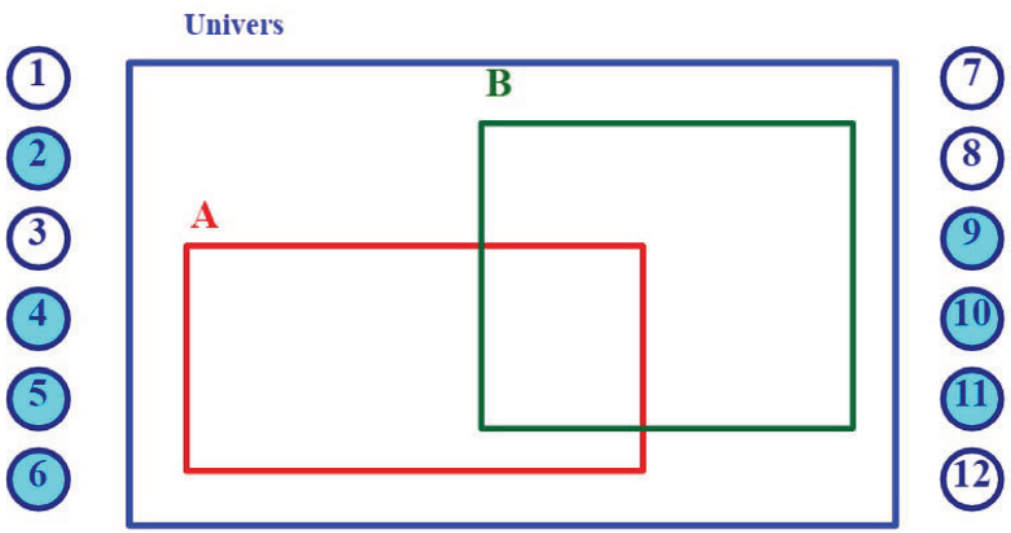
4 + 12 + 12

CALCUL_PROBABILITES2
CALCUL_PROBABILITES2a
CALCUL_PROBABILITES3
CALCUL_PROBABILITES3a

Exercice 1

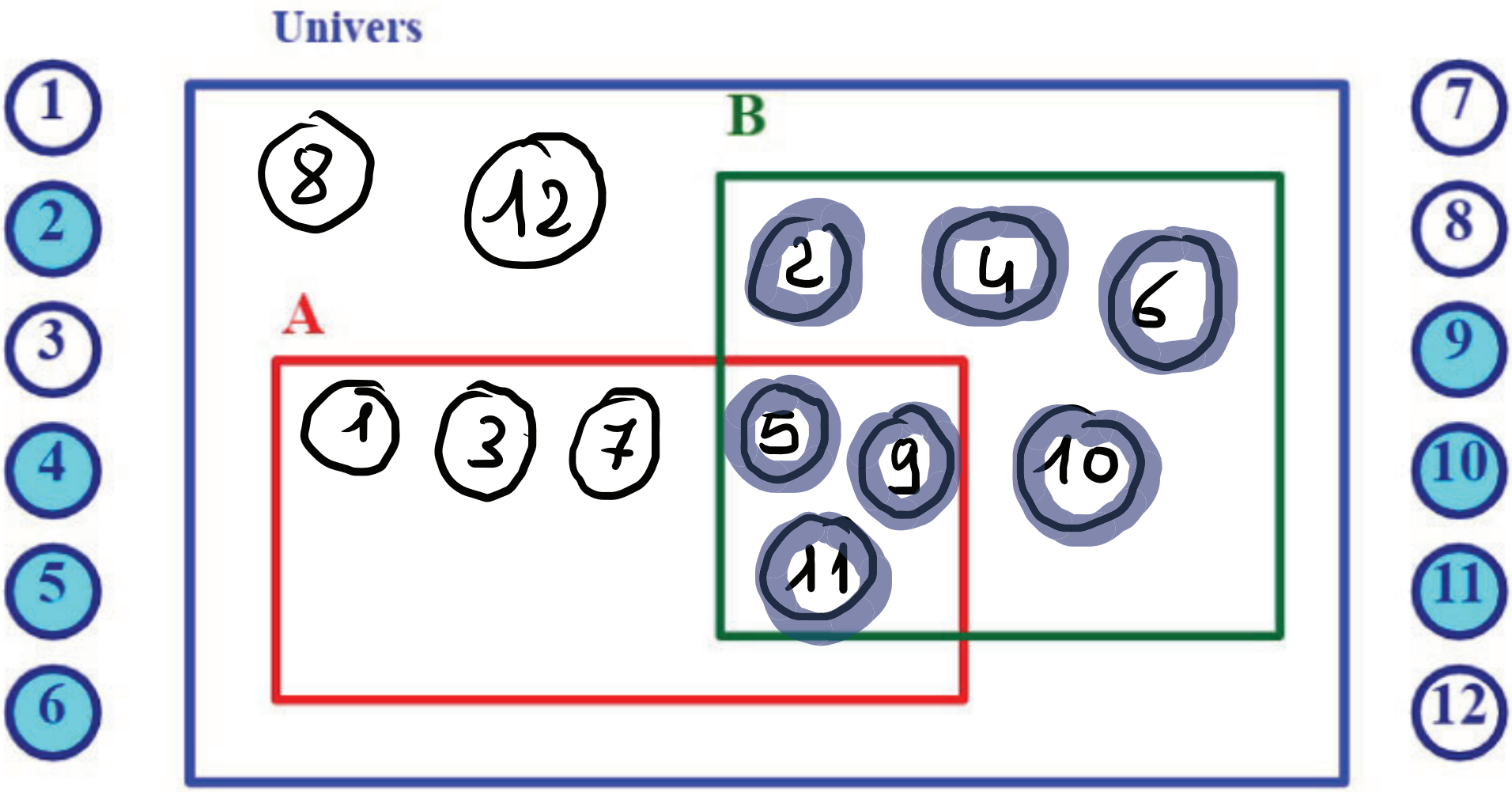
Dans une urne on a disposé 12 boules numérotées de 1 à 12 dont certaines sont blanches et les autres sont bleues. On tire une boule au hasard et on regarde son numéro et sa couleur.

On considère les évènements suivants:
A:"Le numéro de la boule est un nombre impair"
B:"La boule est bleue"
Dans le diagramme de VENN ci-contre, placer les boules numérotés pour representer cette situation.



La boule 1 est dans A mais pas dans B : $A \cap \overline{B}$

La boule 2 est dans B mais pas dans A : $\overline{A} \cap B$


Univers
A
B
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

Exercice 2:

On considère les évènements suivants:

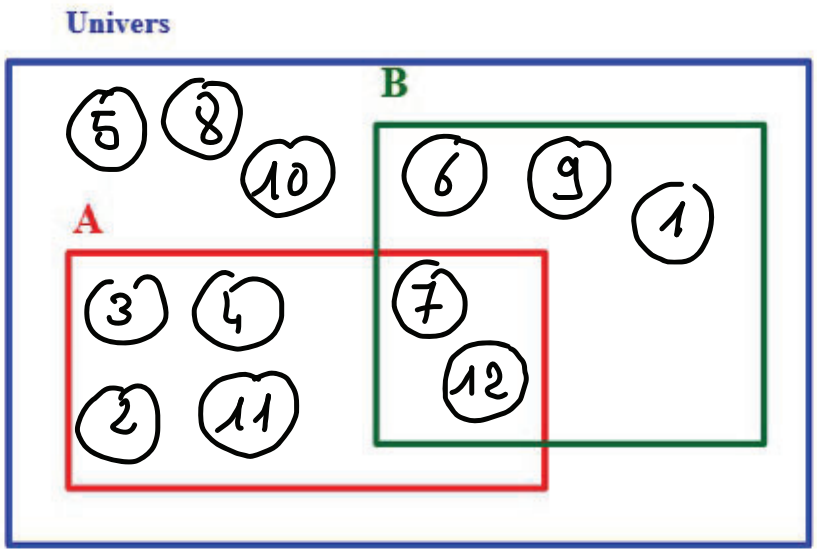
$\overline{A} \cap B = \{6; 9; 1\}$"

$A \cap \overline{B} = \{3; 4; 2; 11\}$"

$A \cap B = \{7; 12\}$"

"

Dans le diagramme de VENN ci-contre, placer les boules numérotées pour representer cette situation.



$\overline{A} \cap B = \{6; 9; 1\}$" $\longrightarrow$ Pas dans A et dans B

$A \cap \overline{B} = \{3; 4; 2; 11\}$" $\longrightarrow$ dans A et pas dans B

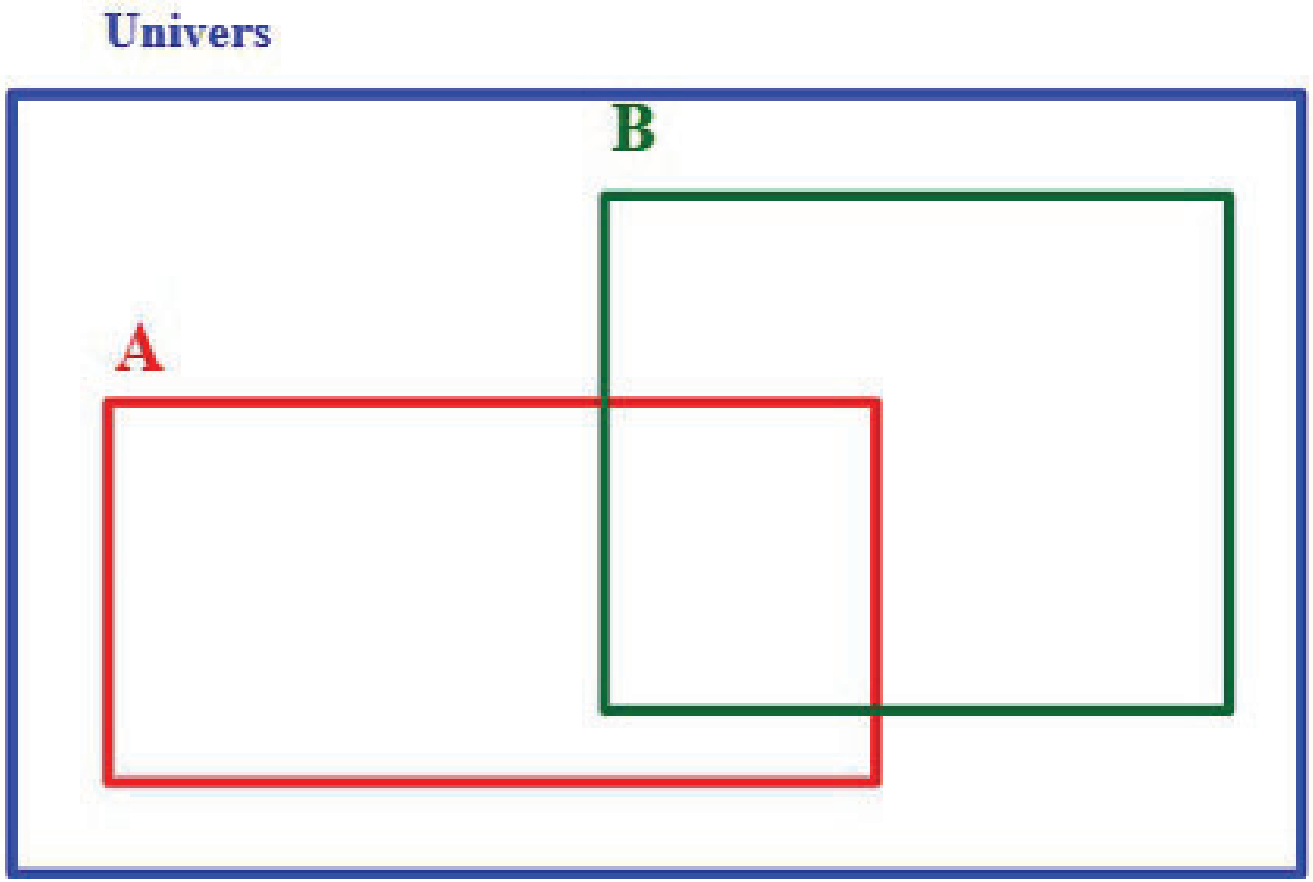
$A \cap B = \{7; 12\}$" $\longrightarrow$ dans A et dans B

On considère les évènements suivants:

$\overline{A} \cap B = \{6; 9; 1\}$"

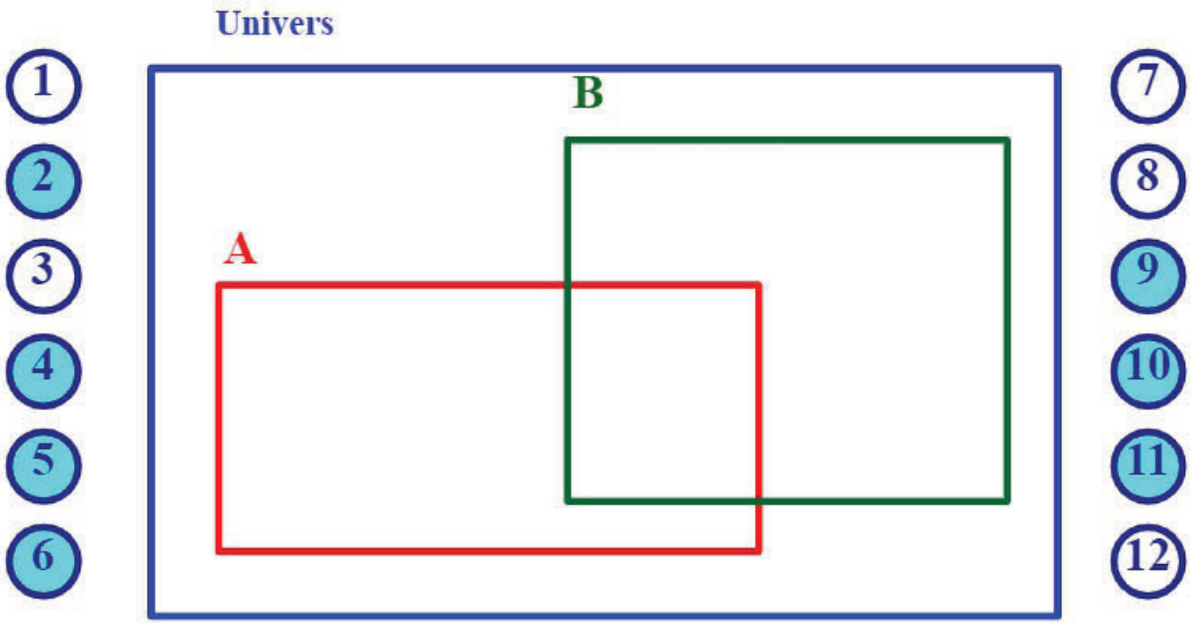
$A \cap \overline{B} = \{3; 4; 2; 11\}$"

$A \cap B = \{7; 12\}$"



VENNa0
VENNa1
VENNa2

Utiliser un diagramme de VENN



Dans une urne on a disposé 12 boules numérotées de 1 à 12 dont certaines sont blanches et les autres sont bleues. On tire une boule au hasard et on regarde son numéro et sa couleur.

Exercice

On considère les évènements suivants:
A:"Le numéro de la boule est un nombre impair"
B:"La boule est bleue"
Dans le diagramme de VENN ci-contre, placer les boules numérotés pour representer cette situation.
Votre réponse est: (coche verte si la réponse est bonne, croix rouge dans le cas contraire)

Identification et correction

Login:
Mot de passe:
Classe:
Identifier/Corriger

VENN_AVANCE

On considère les évènements suivants:

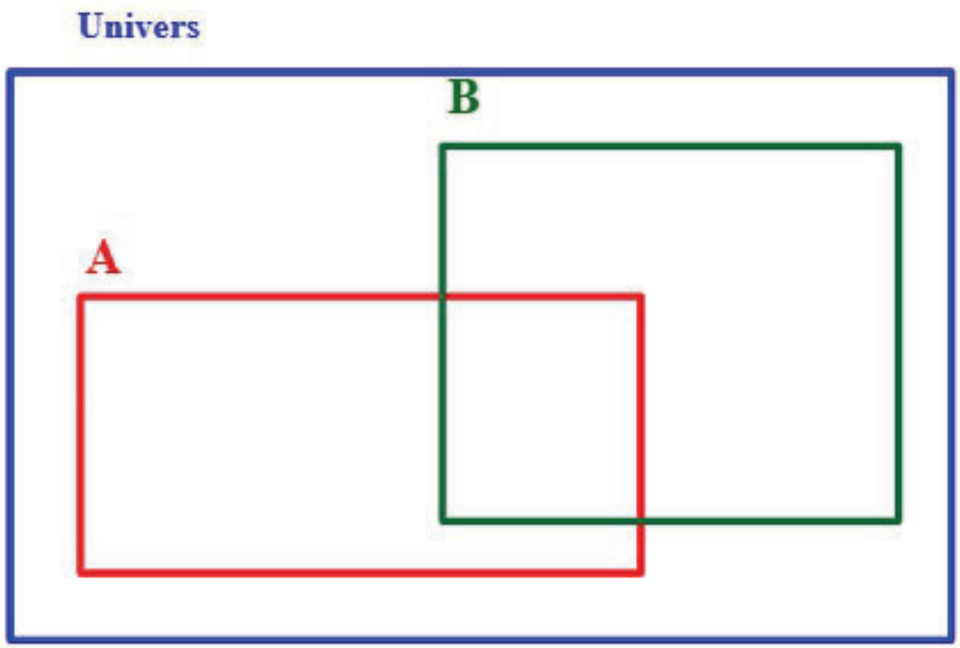
$\overline{A} \cap B = \{5; 8; 7\}$"

$A \cap \overline{B} = \{10; 11; 2\}$"

$A \cap B = \{1; 12\}$"

"

Dans le diagramme de VENN ci-contre, placer les boules numérotées pour representer cette situation.



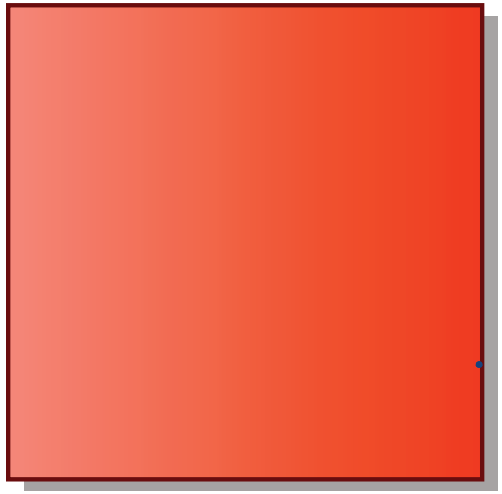
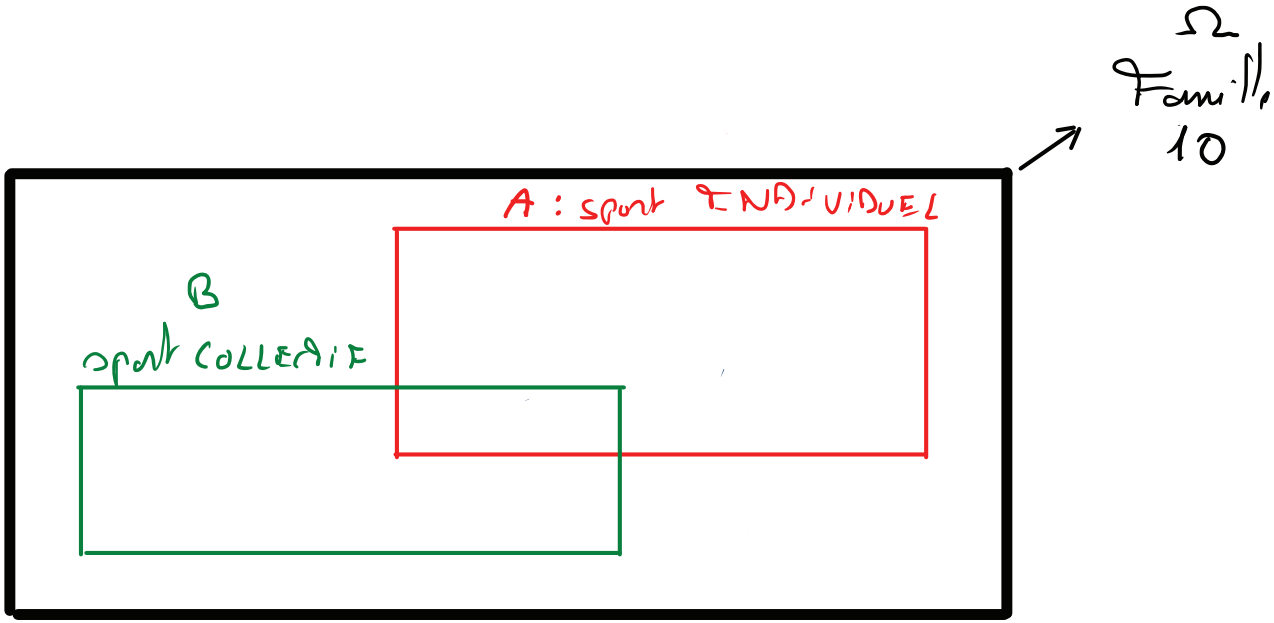


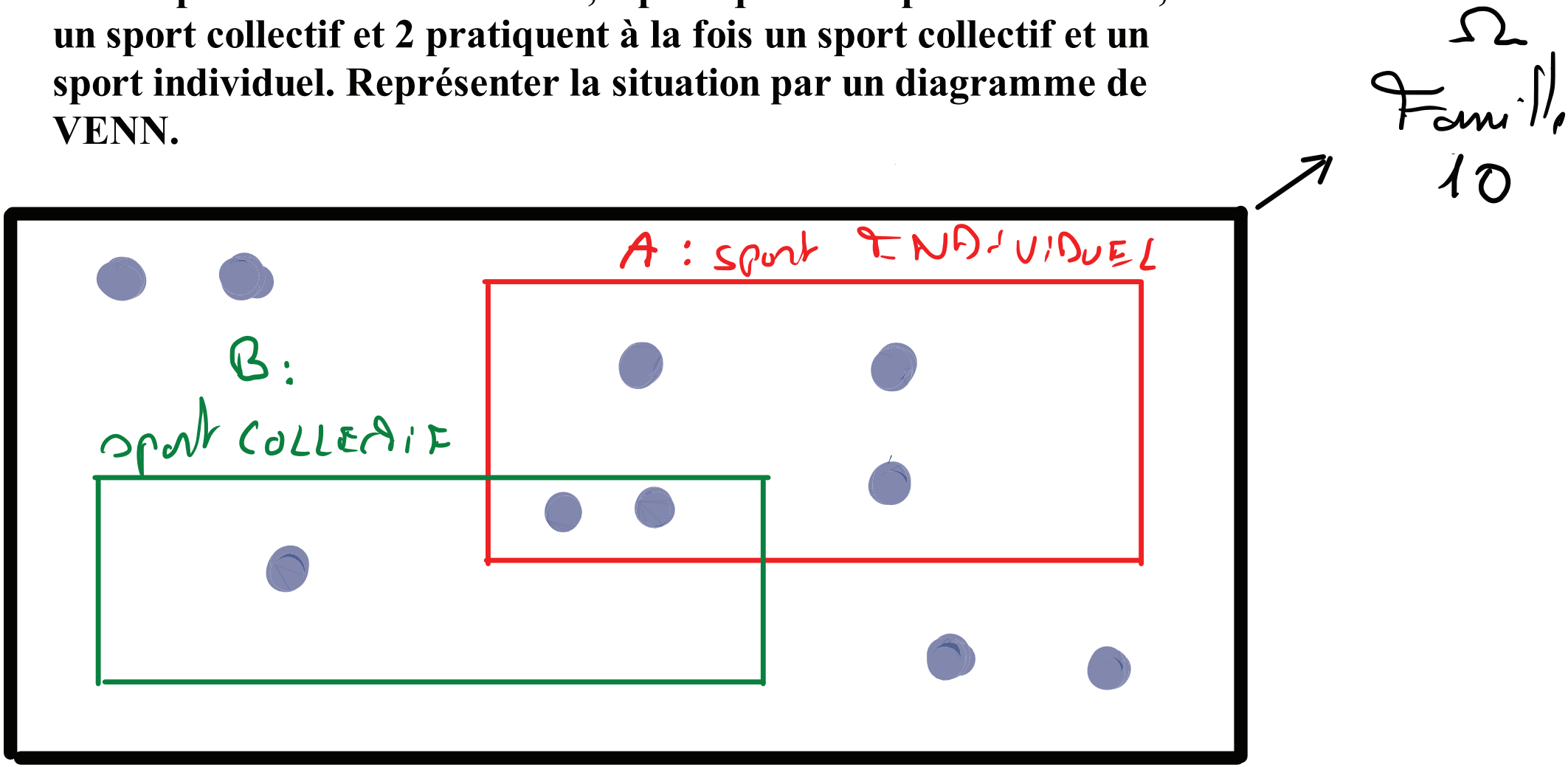
Diagramme de VENN

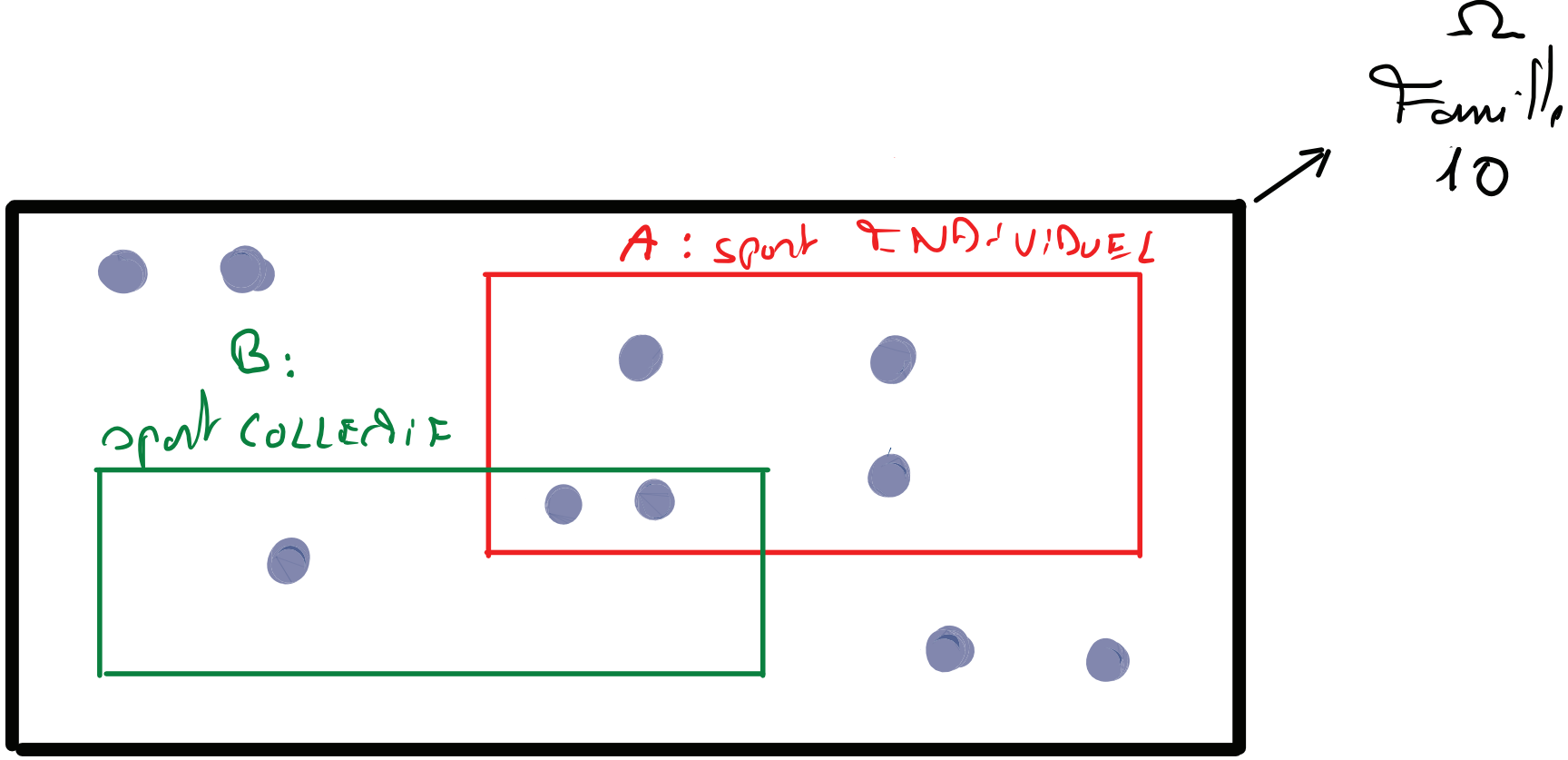
Sur 10 personnes d'une famille, 5 pratiquent un sport individuel, 3 un sport collectif et 2 pratiquent à la fois un sport collectif et un sport individuel. Représenter la situation par un diagramme de VENN.

On choisit au hasard un membre de cette famille
(expérience aléatoire)

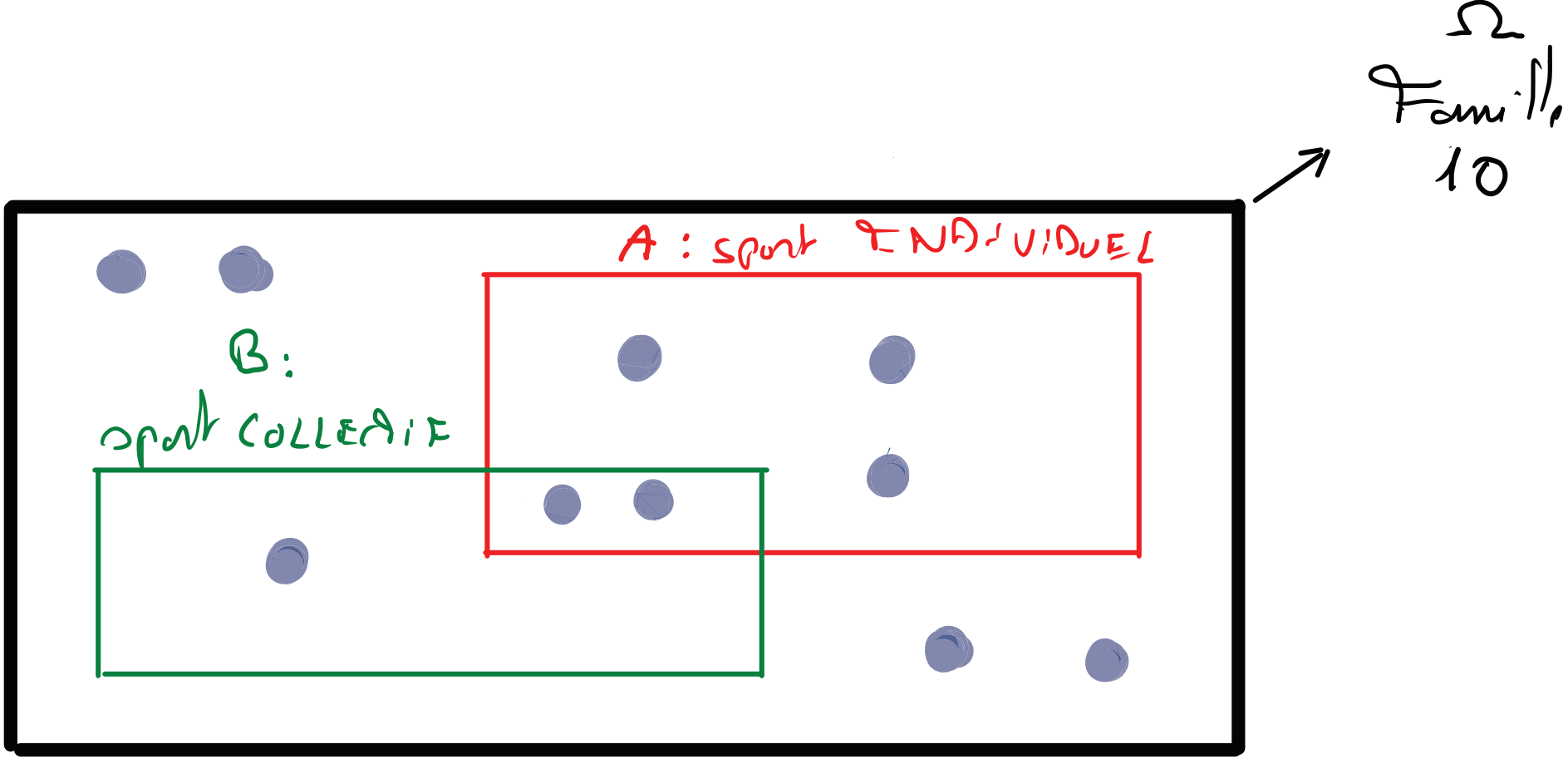


Sur 10 personnes d'une famille, 5 pratiquent un sport individuel, 3 un sport collectif et 2 pratiquent à la fois un sport collectif et un sport individuel. Représenter la situation par un diagramme de VENN.





① Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard ne pratique ni un sport collectif ni individuel : $P = \frac{4}{10}$

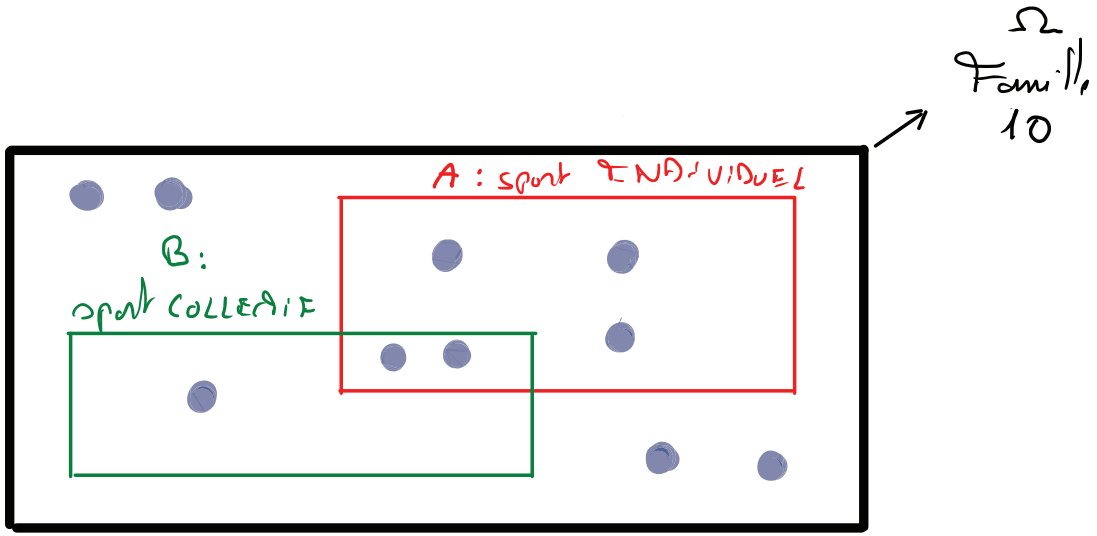


② Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard pratique uniquement un sport individuel : $P = \frac{3}{10}$

② Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard pratique uniquement un sport individuel : $P = \frac{3}{10}$

③ Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard pratique un sport individuel ou collectif : $P =$

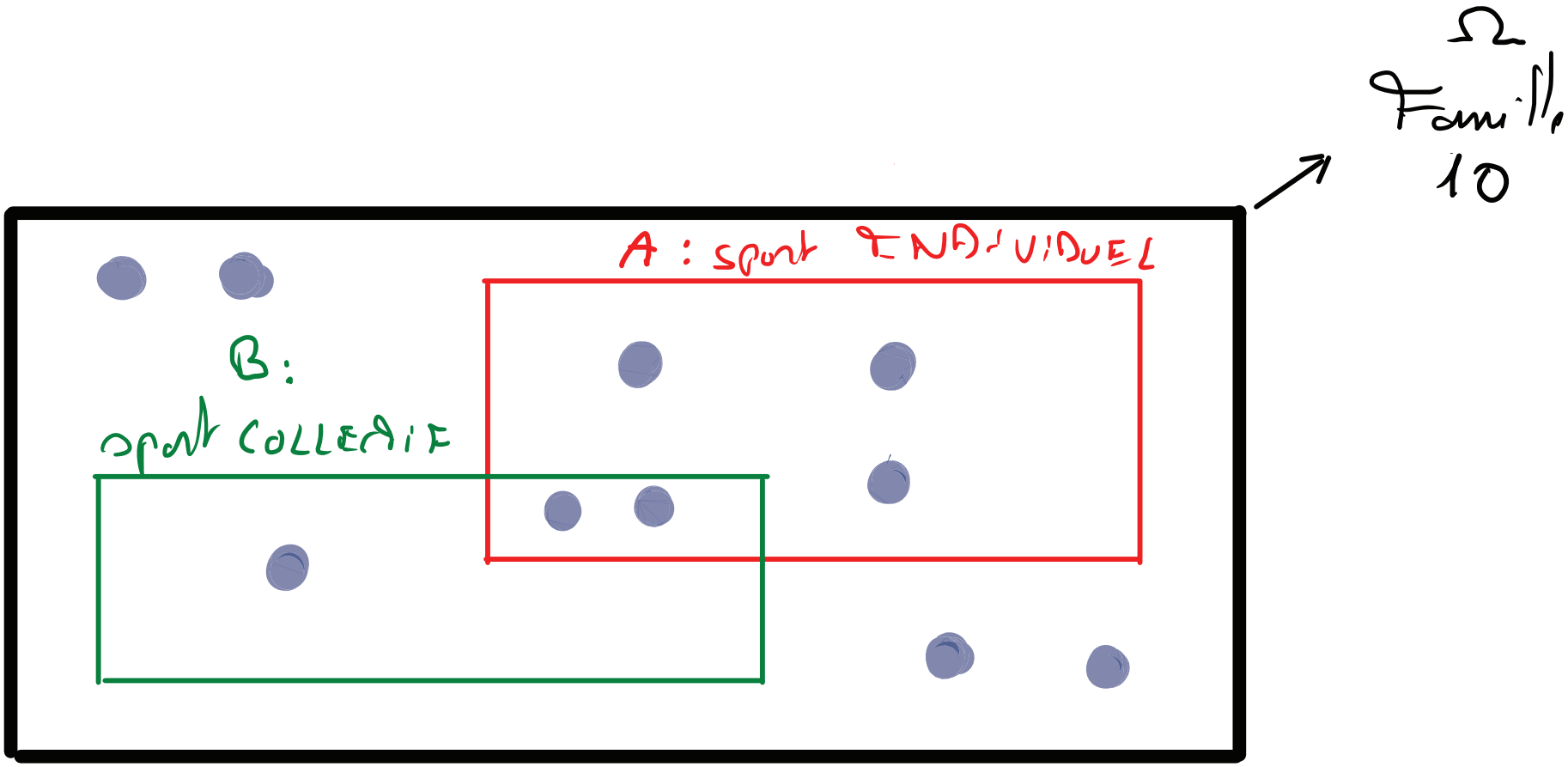
Sur 10 personnes d'une famille, 5 pratiquent un sport individuel, 3 un sport collectif et 2 pratiquent à la fois un sport collectif et un sport individuel. Représenter la situation par un diagramme de VENN.



③ Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard pratique un sport individuel ou collectif : $P = \frac{6}{10}$

③ Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard pratique un sport individuel ou collectif : $P = \frac{6}{10}$

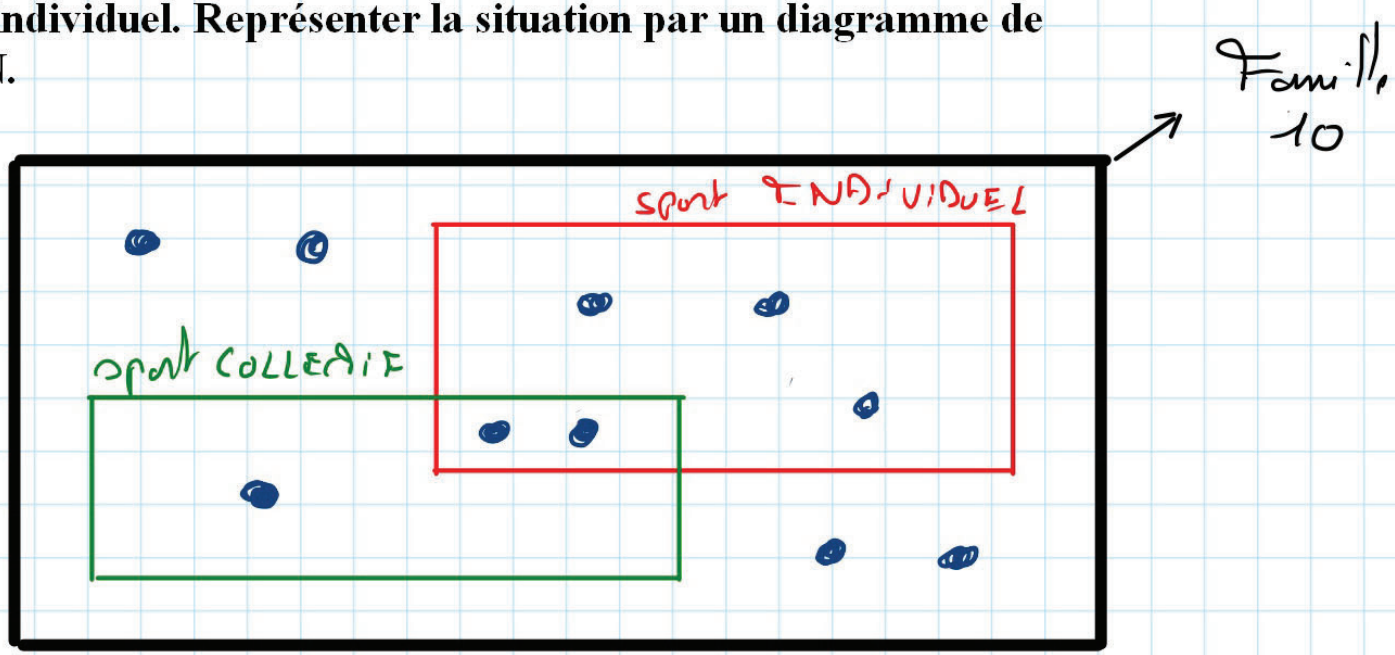
④ Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard pratique un sport individuel et collectif : $P = \frac{2}{10}$



③ Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard pratique un sport individuel ou collectif : $P = \frac{6}{10}$

Diagramme de VENN

Sur 10 personnes d'une famille, 5 pratiquent un sport individuel, 3 un sport collectif et 2 pratiquent à la fois un sport collectif et un sport individuel. Représenter la situation par un diagramme de VENN.

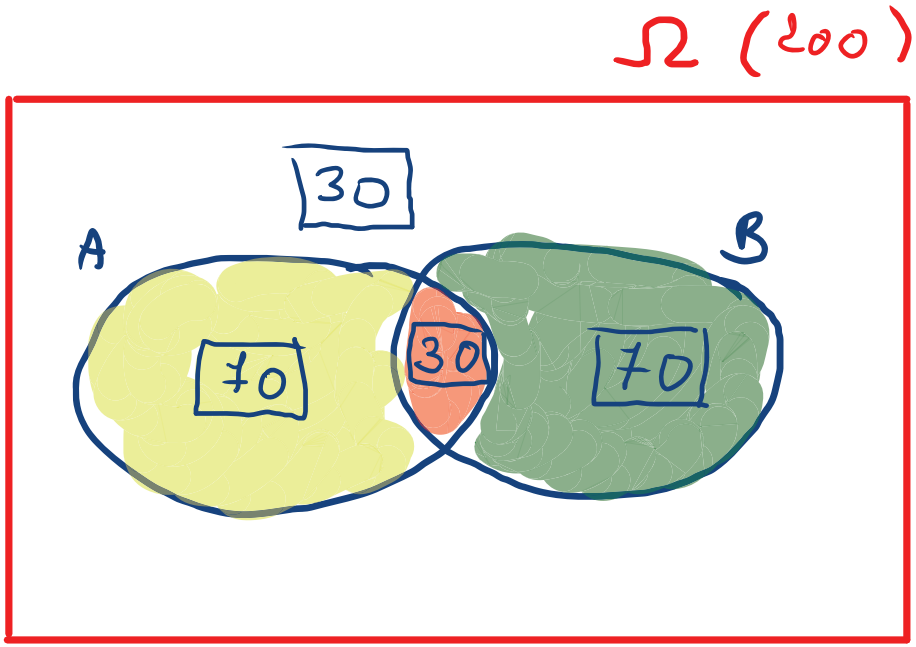


④ Probabilité pour qu'une personne de cette famille tirée au hasard pratique un sport individuel et collectif : $P = \frac{2}{10}$

Exercice 1

Dans un lycée de 200 élèves, on propose deux options facultatives A et B.
On a 170 élèves qui ont choisi au moins une option: parmis ceux là, 30 ont choisi les deux options.
Le nombre total des élèves ayant choisi l'option A s'élève à 100.

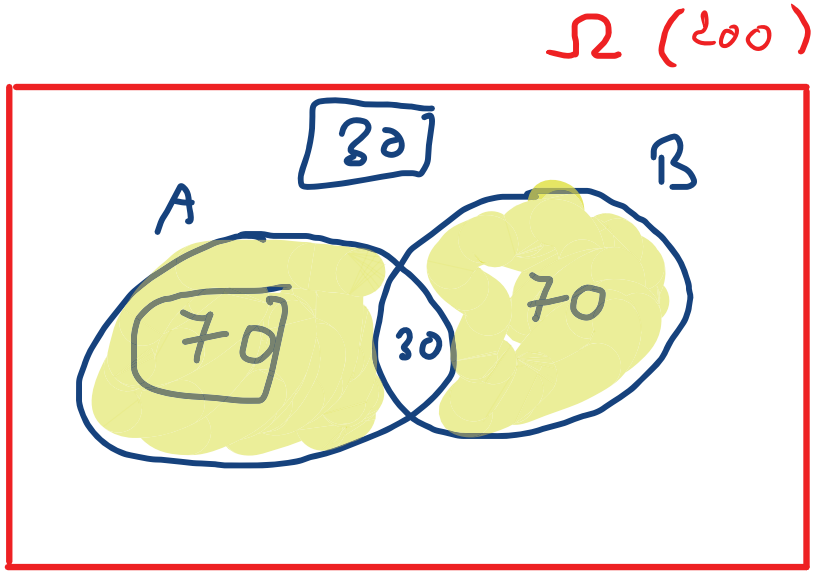
A partir des ces informations, compléter le diagramme de VENN ci-contre.



Exercice 1

Dans un lycée de 200 élèves, on propose deux options facultatives A et B.
On a 170 élèves qui ont choisi au moins une option: parmis ceux là, 30 ont choisi les deux options.
Le nombre total des élèves ayant choisi l'option A s'élève à 100.

A partir des ces informations, compléter le diagramme de VENN ci-contre.



Exercice 2

Quelle est la probabilité pour que cet élève ait choisi UNE SEULE DES DEUX OPTIONS:

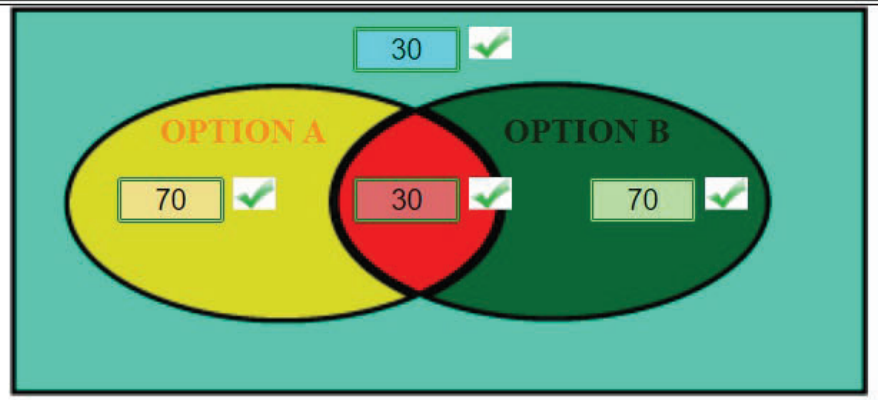
$$\frac{140}{200}$$

VENN_PROBABILITE1
VENN_PROBABILITE1a

Exercice 1

Dans un lycée de 200 élèves, on propose deux options facultatives A et B.
On a 170 élèves qui ont choisi au moins une option: parmis ceux là, 30 ont choisi les deux options.
Le nombre total des élèves ayant choisi l'option A s'élève à 100.

A partir des ces informations, compléter le diagramme de VENN ci-contre.



Exercice 2

A partir de la situation précédente et de votre diagramme de VENN, répondre à la question suivante.
On procède à l'expérience aléatoire suivante: on choisi au hasard un élève de ce lycée.
Quelle est la probabilité pour que cet élève ait choisi UNE SEULE DES DEUX OPTIONS: 140/200

VENN_PROBABILITE2
VENN_PROBABILITE3

3. Dénombrement

1. Tableau à double entrée

Un **tableau à double entrée** permet de dénombrer les issues d'une expérience aléatoire, en particulier lorsqu'on étudie simultanément deux caractères d'une même population.

Exemple 1

On choisit au hasard une des 67,2 millions de personnes de la population française, et on s'intéresse à son rhésus sanguin et à son groupe sanguin.

	O	A	B	AB
Rhésus +	24,2	24,9	6	2
Rhésus –	4	4,7	0,7	0,7

Ex 1

$P(O^+) = \frac{24,2}{67,2}$

$P(A \cup B) = \frac{24,9 + 6 + 4,7 + 0,7}{67,2}$

Exemple 1

On choisit au hasard une des 67,2 millions de personnes de la population française, et on s'intéresse à son rhésus sanguin et à son groupe sanguin.

	O	A	B	AB
Rhésus +	24,2	24,9	6	2
Rhésus –	4	4,7	0,7	0,7

Exercice 1

$P(O^+) = \frac{24,2}{67,2} = \dots$

$P(A \cup B) = \frac{24,9 + 6 + 4,7 + 0,7}{67,2}$

On envoie un questionnaire à 300 personnes, dont 60 % de femmes, portant sur les loisirs : « Faire du sport, regarder la télévision ou lire un livre : lequel de ces loisirs préférez-vous ? »

55 % des hommes et 30 % des femmes répondent « Faire du sport ». 42 femmes préfèrent « Lire un livre ». 114 personnes répondent « Regarder la télévision ».

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs ci-contre.
2. On tire un questionnaire au hasard. Déterminer la probabilité que ce soit celui d'une personne préférant lire un livre.

	Sport	Télévision	Lecture	Total
Homme				
Femme				
Total				

	O	A	B	AB
Rhésus +	24,2	24,9	6	2
Rhésus –	4	4,7	0,7	0,7

$P(O^+) = \frac{24,2}{67,2} \approx 0,36$

$P(A \cup B) = \frac{24,9+6+4,7+0,7}{67,2}$

$\approx 0,54$.

Exemple 2

EXERCICE p321

On envoie un questionnaire à 300 personnes, dont 60 % de femmes, portant sur les loisirs : « Faire du sport, regarder la télévision ou lire un livre : lequel de ces loisirs préférez-vous ? »

55 % des hommes et 30 % des femmes répondent « Faire du sport ». 42 femmes préfèrent « Lire un livre ». 114 personnes répondent « Regarder la télévision ».

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs ci-contre.
2. On tire un questionnaire au hasard. Déterminer la probabilité que ce soit celui d'une personne préférant lire un livre.

	Sport	Télévision	Lecture	Total
Homme				
Femme				
Total				