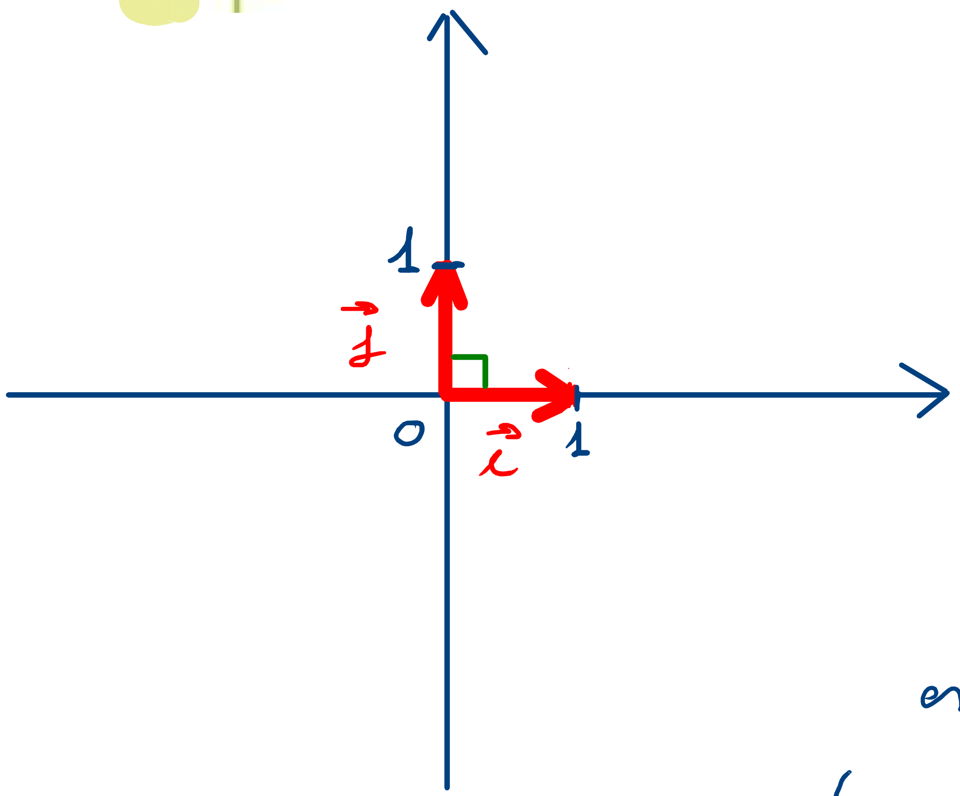
CHAPITRE 4
Coordonnées de vecteurs

3. Coordonnées d'un vecteur (p202)

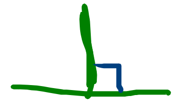
1. Base orthonormée



ORTHO - NORMÉE

droit

unités identiques

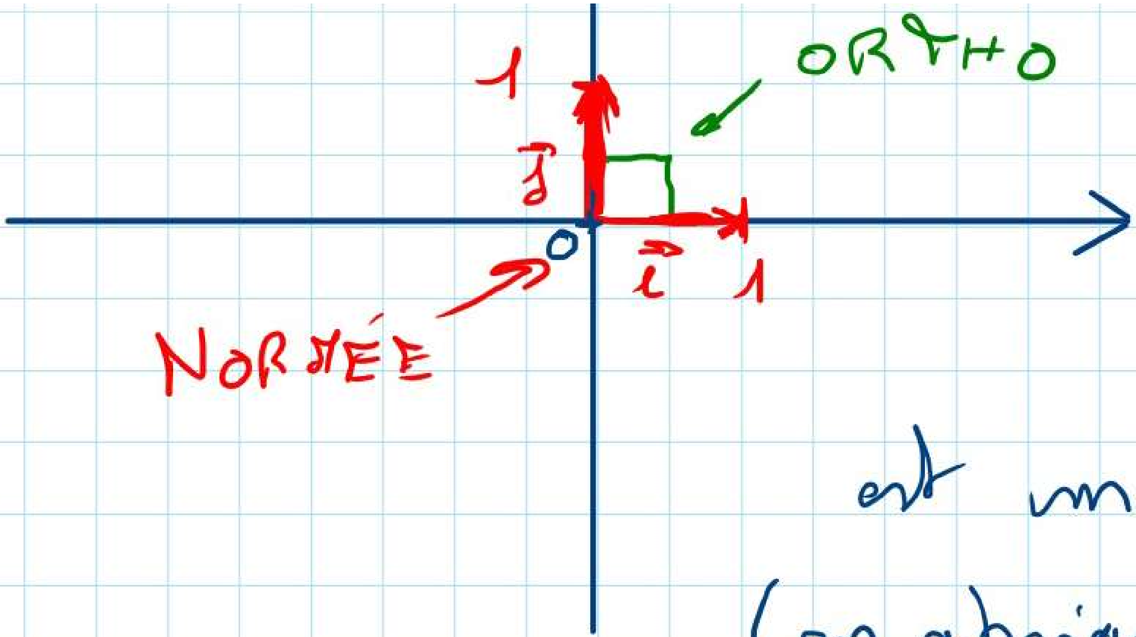


Définition

Le repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ ← trois informations

est un repère orthonormé

(en abrégé R.O.N.)



Définitions

Le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ est un **repère orthonormé** (en abrégé R.O.N.)

La base $(\vec{i}, \vec{j})$ est une **base orthonormée** (en abrégé B.O.N)

2. Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$

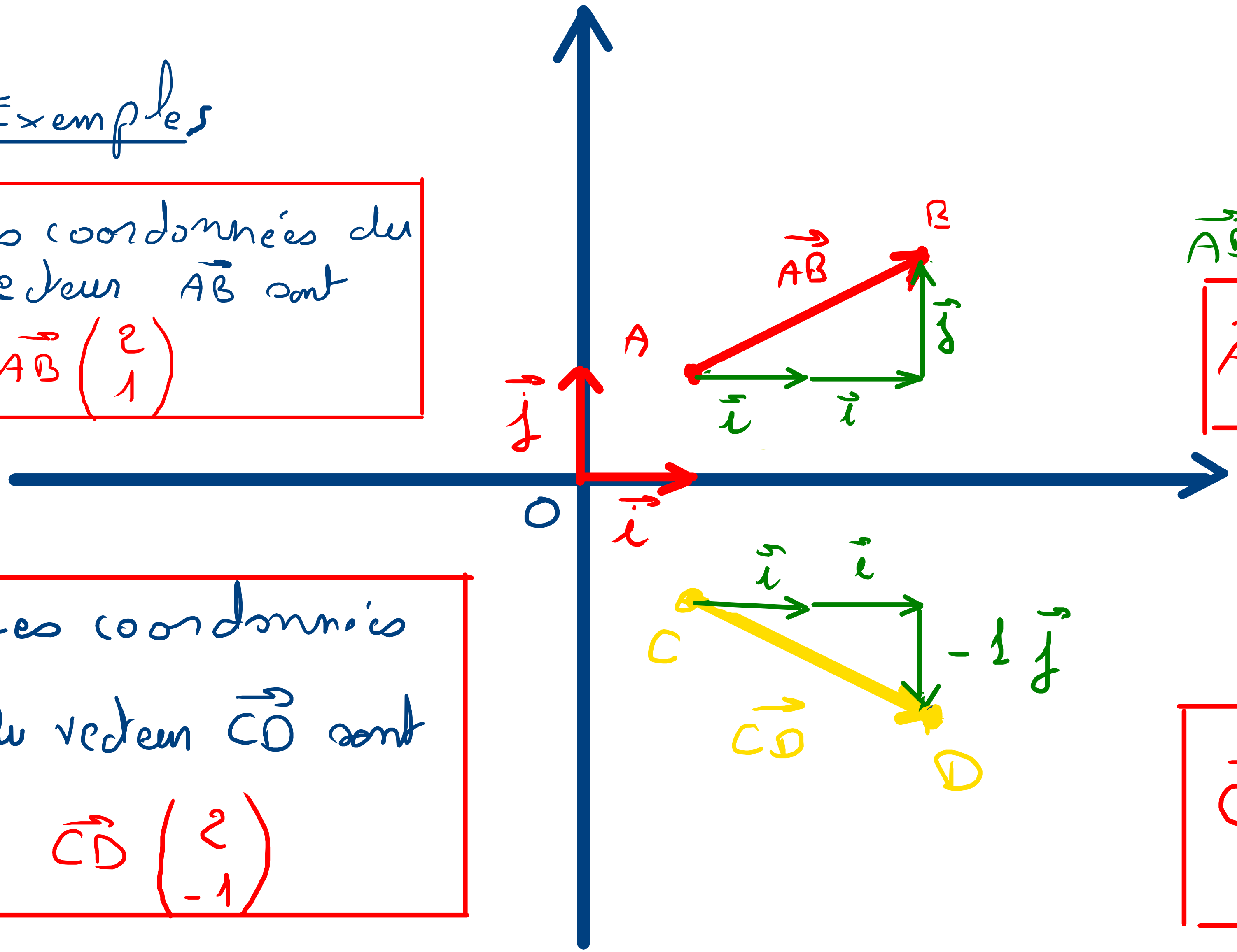
Exemples

Les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont

$\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

Les coordonnées du vecteur $\vec{CD}$ sont

$\vec{CD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$



$\vec{AB} = 2\vec{i} + 1\vec{j}$

$\boxed{\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}}$

$\vec{CD} = 2\vec{i} - 1\vec{j}$

$\boxed{\vec{CD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}}$

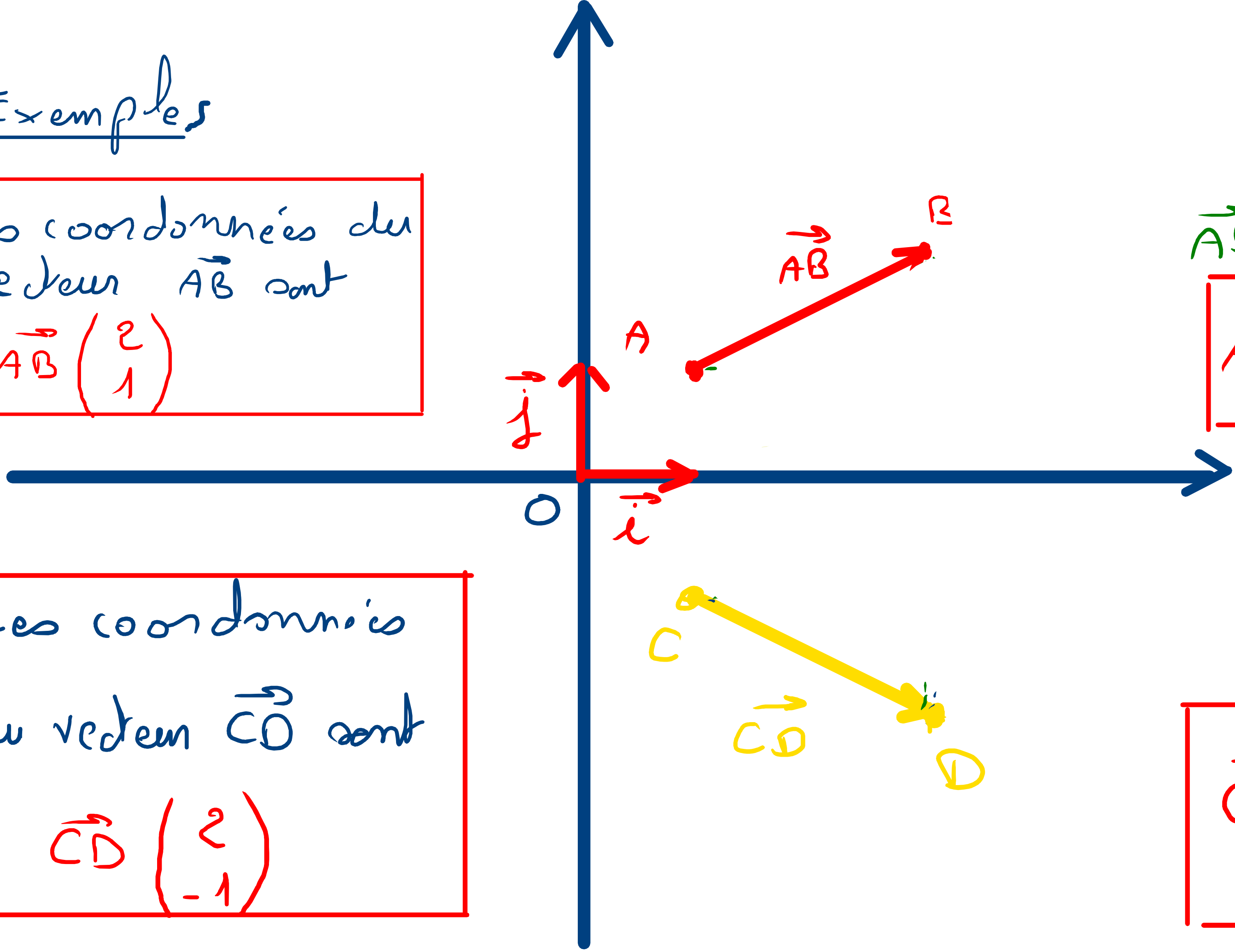
Exemples

Les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont

$\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

Les coordonnées du vecteur $\vec{CD}$ sont

$\vec{CD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$



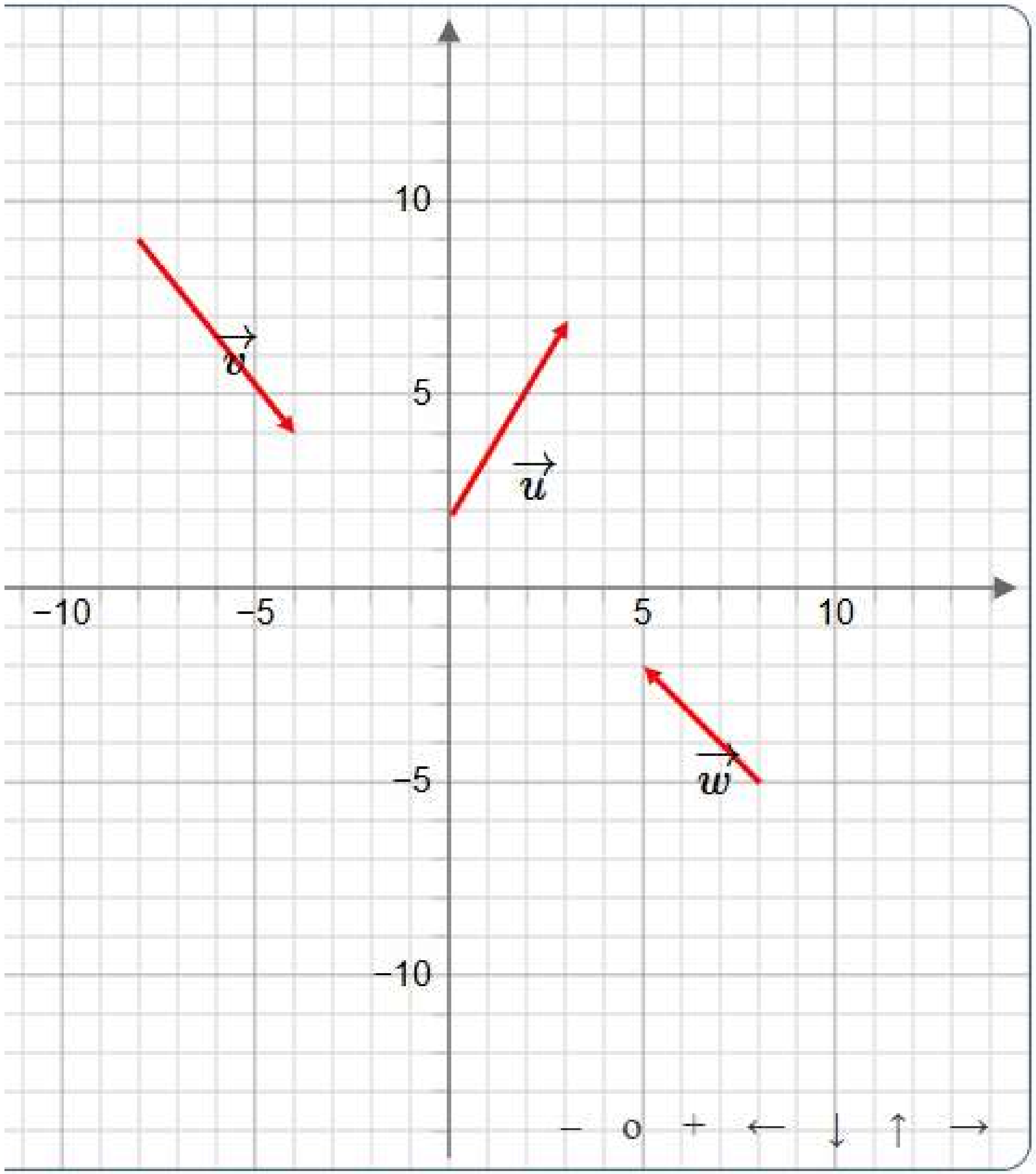
$\vec{AB} = 2\vec{i} + 1\vec{j}$

$\boxed{\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}}$

$\vec{CD} = 2\vec{i} - 1\vec{j}$

$\boxed{\vec{CD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}}$

VECTEURS_COORDONNEES1
VECTEURS_COORDONNEES1a
VECTEURS_COORDONNEES1b



Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$

$\vec{u}$ $\begin{pmatrix} \boxed{} ? \\ \boxed{} ? \end{pmatrix}$

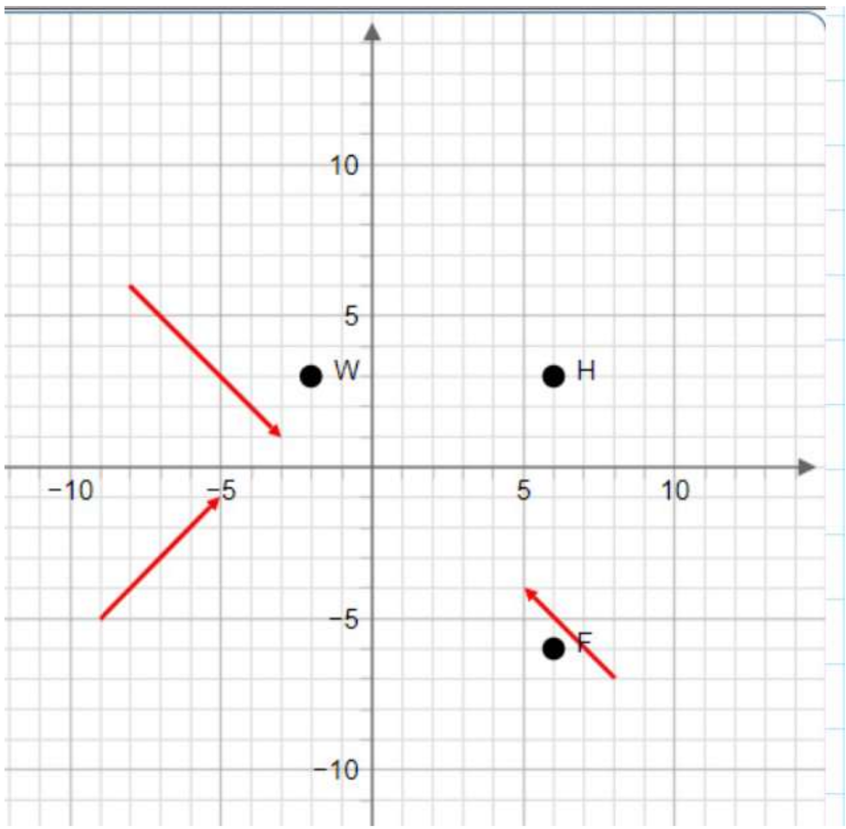
$\vec{v}$ $\begin{pmatrix} \boxed{} ? \\ \boxed{} ? \end{pmatrix}$

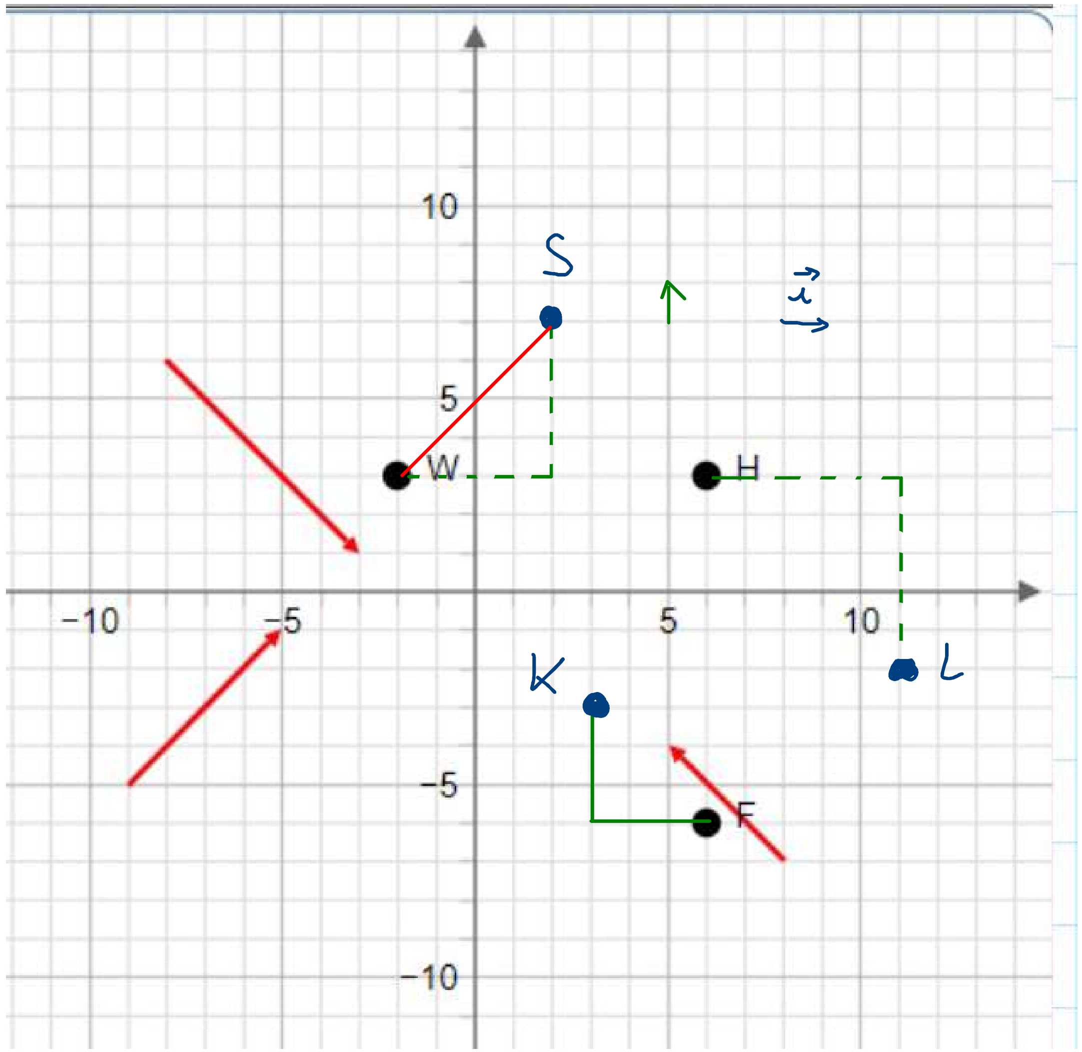
$\vec{w}$ $\begin{pmatrix} \boxed{} ? \\ \boxed{} ? \end{pmatrix}$

Exercice 1

En vous aidant des vecteurs rouges dessinés, placer les points S, L et C tels que

$\overrightarrow{WS}\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{HL}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FK}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$





$\overrightarrow{WS}\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{HL}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FK}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{WS} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$

$\overrightarrow{HL} = 5\vec{i} + (-5)\vec{j}$

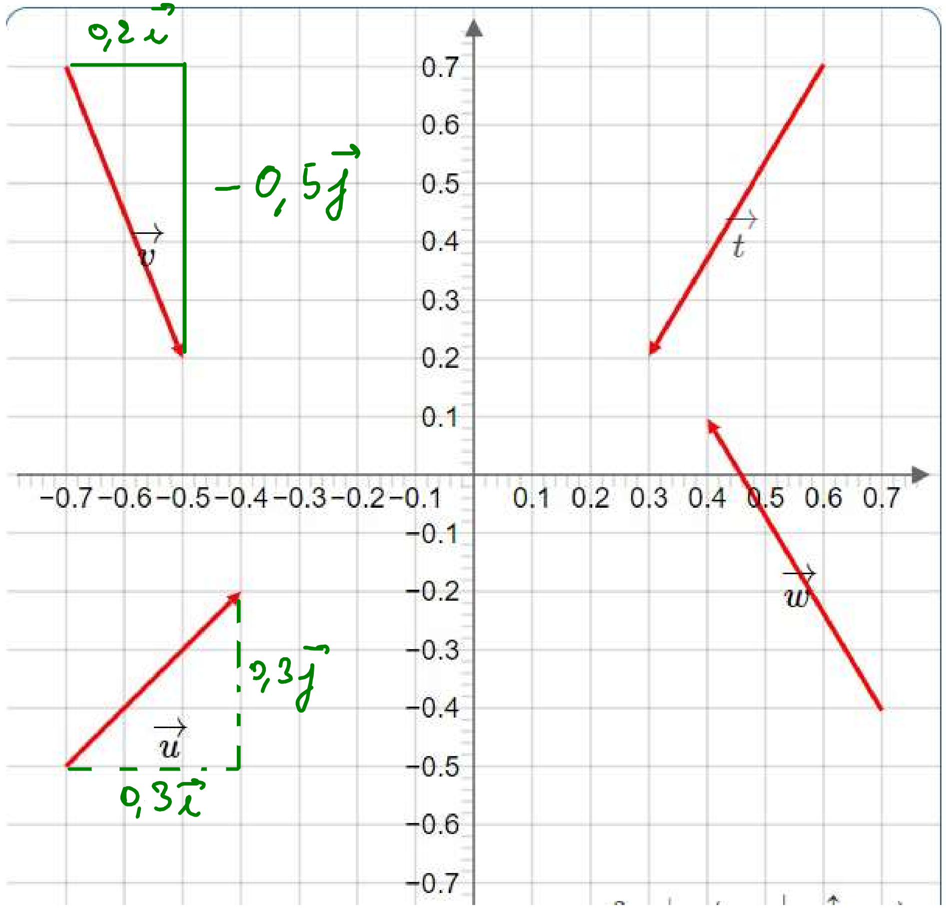
$\overrightarrow{FK} = (-3)\vec{i} + 3\vec{j}$

VECTEURS_COORDONNEES2
VECTEURS_COORDONNEES2a

Exercice 2

VECTEURS_COORDONNEES
VECTEURS_COORDONNEES3bis

Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{t}$ et $\vec{w}$



$\vec{u} = 0{,}3\,\vec{i} + 0{,}3\,\vec{j}$

$\vec{u}\begin{pmatrix}0{,}3\\0{,}3\end{pmatrix}$

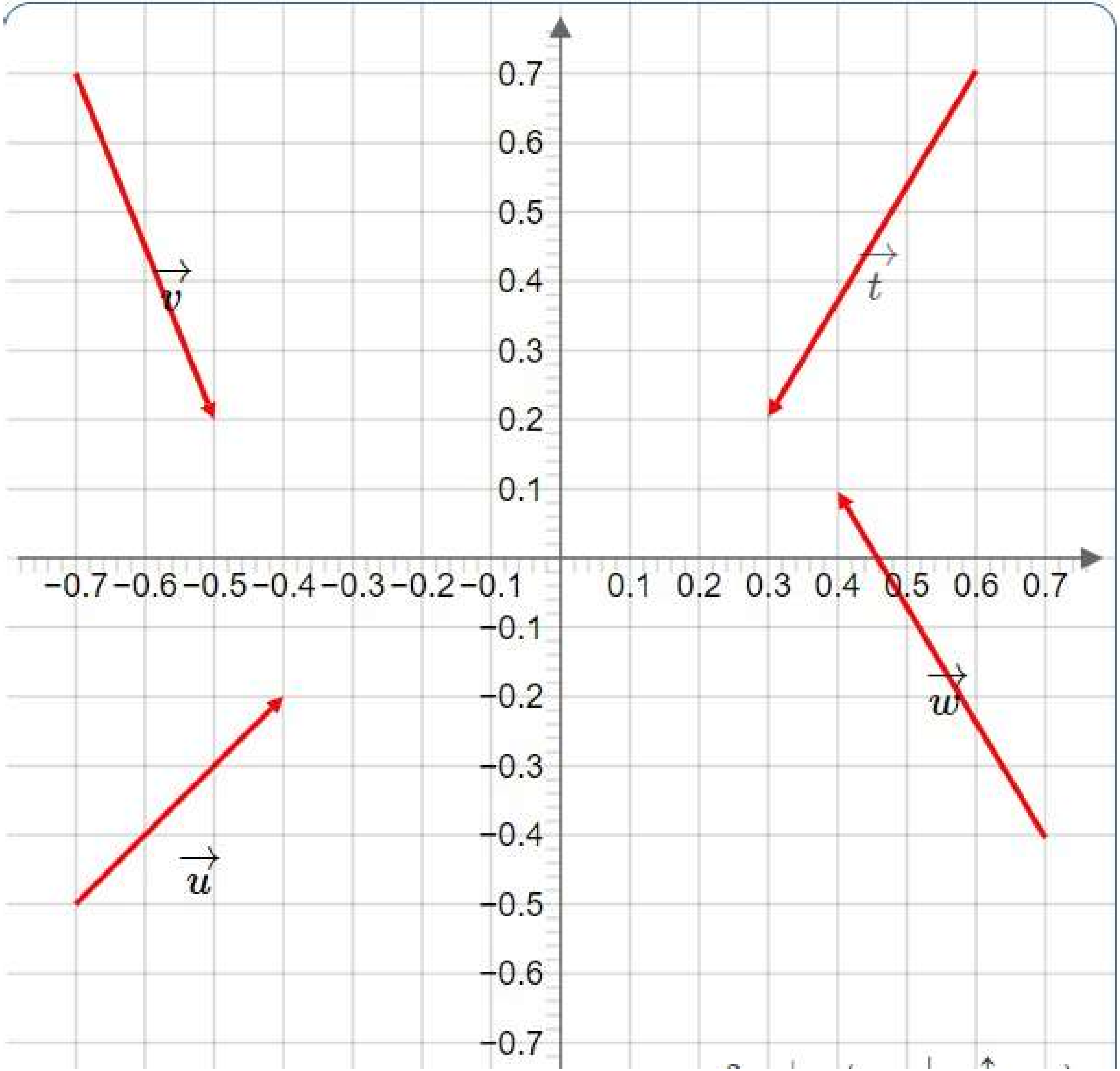
$\vec{v} = 0{,}2\,\vec{i} + (-0{,}5)\,\vec{j}$

$\vec{v}\begin{pmatrix}0{,}2\\-0{,}5\end{pmatrix}$

$\vec{t}$?

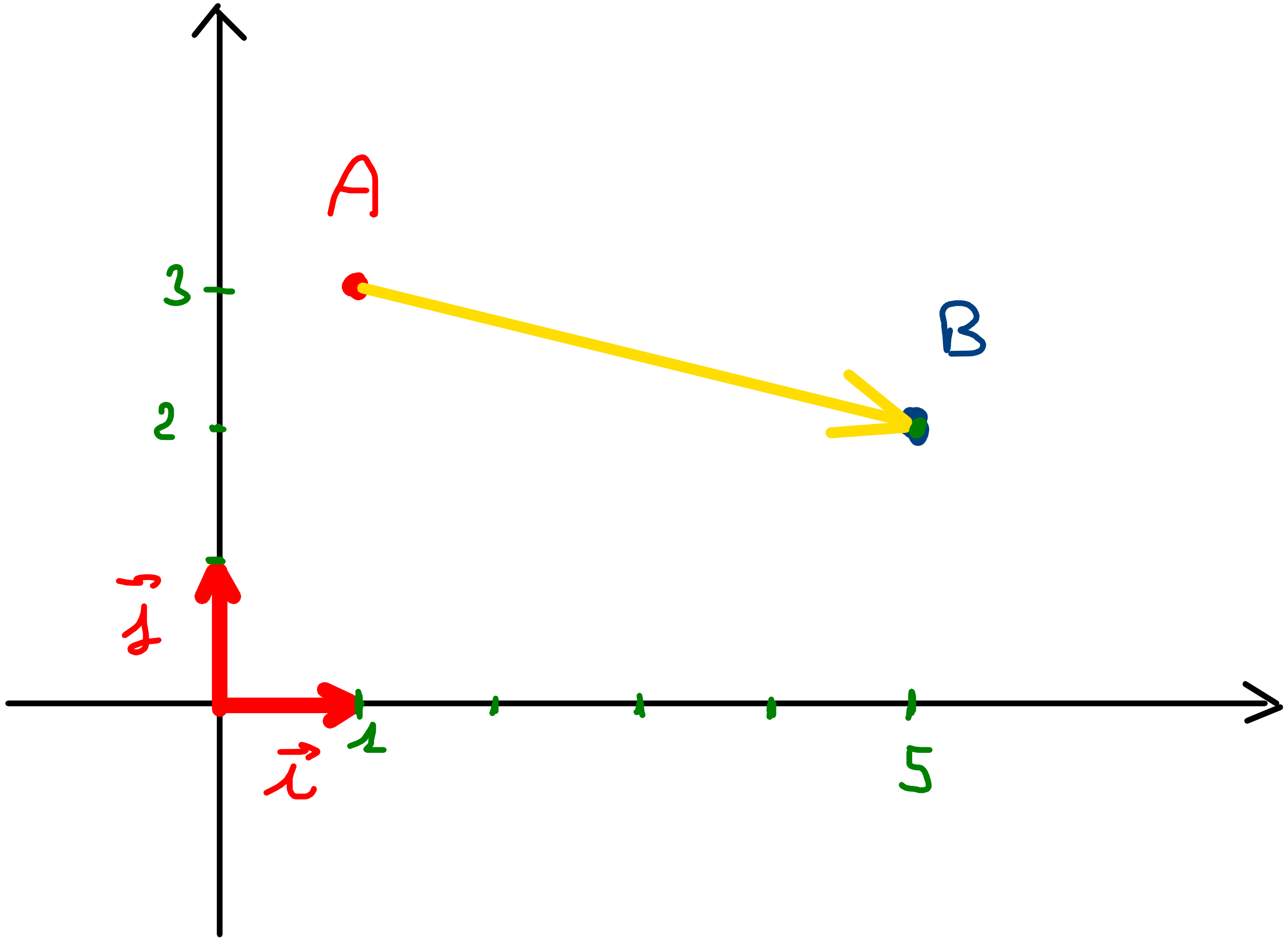
$\vec{w}$?

De même $\vec{t}\begin{pmatrix}-0{,}3\\-0{,}5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-0{,}3\\0{,}5\end{pmatrix}$



0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
−0.7 −0.6 −0.5 −0.4 −0.3 −0.2 −0.1
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7
−0.1
−0.2
−0.3
−0.4
−0.5
−0.6
−0.7
$\vec{v}$
$\vec{t}$
$\vec{u}$
$\vec{w}$

Propriété



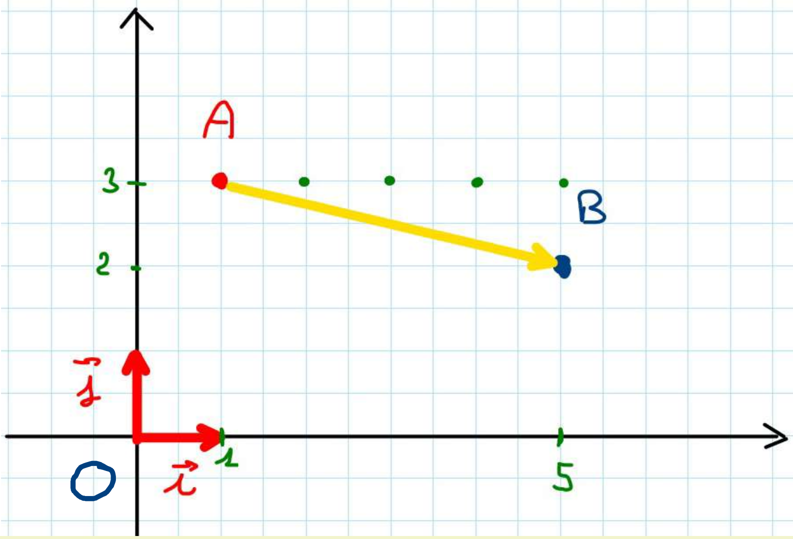
$A(1;3)$

$B(5;2)$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 5-1 \\ 2-3 \end{pmatrix}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

Propriété



$A\,(1\,;\,3)$

$B\,(5\,;\,2)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5-1 \\ 2-3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

Soient $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j}\,)$ du plan.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j}\,)$.

Soient $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ du plan.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$.

Arrivée - Départ

Exercice

1) Si R(-6;8) et T(3;-8) alors le vecteur $\overrightarrow{TR}$ a pour coordonnées

R

T

$$\overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} x_R - x_T \\ y_R - y_T \end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -6 - 3 \\ 8 - (-8) \end{pmatrix}$$

Arrivée − Depart

Exercice

1) Si R(-6;8) et T(3;-8) alors le vecteur $\overrightarrow{TR}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} x_R - x_T \\ y_R - y_T \end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -6 - 3 \\ 8 - (-8) \end{pmatrix}$$

$$= \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -9 \\ 16 \end{pmatrix}$$

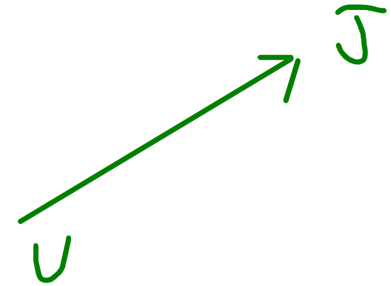
2) Si U(-2;-1) et J(-8;8) alors le vecteur $\overrightarrow{UJ}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} x_R - x_T \\ y_R - y_T \end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -6 - 3 \\ 8 - (-8) \end{pmatrix}$$

$$= \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -9 \\ 16 \end{pmatrix}$$

) Si U(-2;-1) et J(-8;8) alors le vecteur $\overrightarrow{UJ}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{UJ}\begin{pmatrix} x_J - x_U \\ y_J - y_U \end{pmatrix} = \overrightarrow{UJ}\begin{pmatrix} -8 - (-2) \\ 8 - (-1) \end{pmatrix} = \overrightarrow{UJ}\begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$



Exercice

1) Si R(-6;8) et T(3;-8) alors le vecteur $\overrightarrow{TR}$ a pour coordonnées

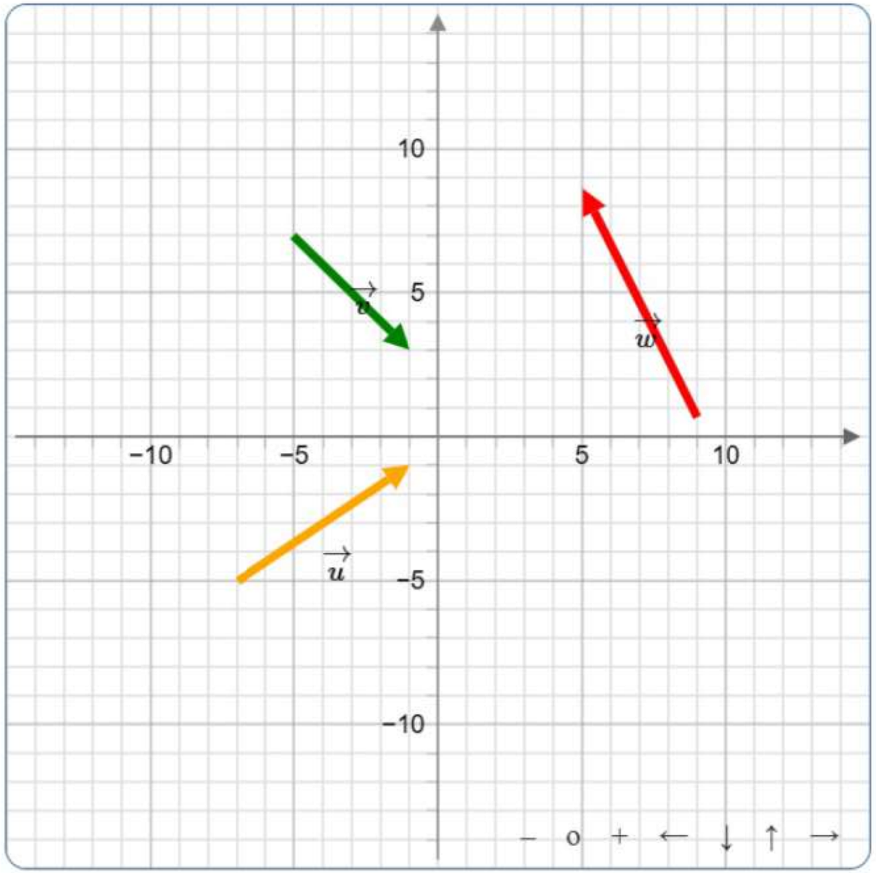
2) Si U(-2;-1) et J(-8;8) alors le vecteur $\overrightarrow{UJ}$ a pour coordonnées

VECTEURS_CALCUL_COORD0
VECTEURS_CALCUL_COORD0a
VECTEURS_CALCUL_COORD0b

3 Produit d'un vecteur par un réel

Propriété

Soient k un nombre réel et $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.



$1,5\vec{u}$ $\begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

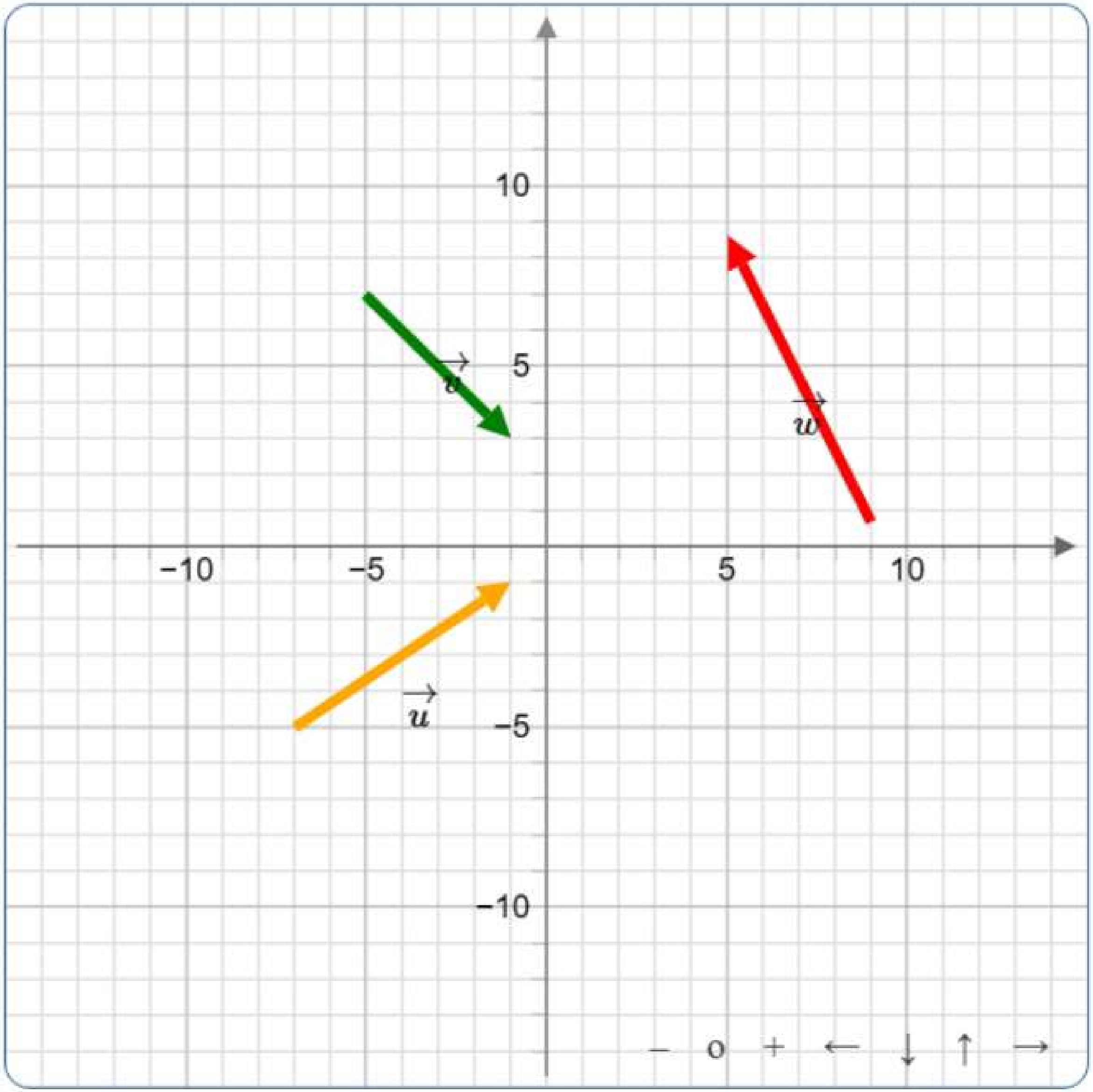
$0,5\vec{v}$ $\begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

$-0,5\vec{w}$ $\begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

$$1,5\overrightarrow{u} \qquad \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$0,5\overrightarrow{v} \qquad \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$-0,5\overrightarrow{w} \qquad \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$



③ Produit d'un vecteur par un réel

a) $1,5\,\vec{u}$ $\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$

- $\vec{u}$ $\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
- $1,5\,\vec{u}$ $\begin{pmatrix} 1,5\times 6 \\ 1,5\times 4 \end{pmatrix}$

$= 1,5\,\vec{u}$ $\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$

a) $1,5\vec{u}\begin{pmatrix}9\\6\end{pmatrix}$

- $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$
- $1,5\vec{u}\begin{pmatrix}1,5\times 6\\1,5\times 4\end{pmatrix}$

$= 1,5\vec{u}\begin{pmatrix}9\\6\end{pmatrix}$

b) $0,5\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$

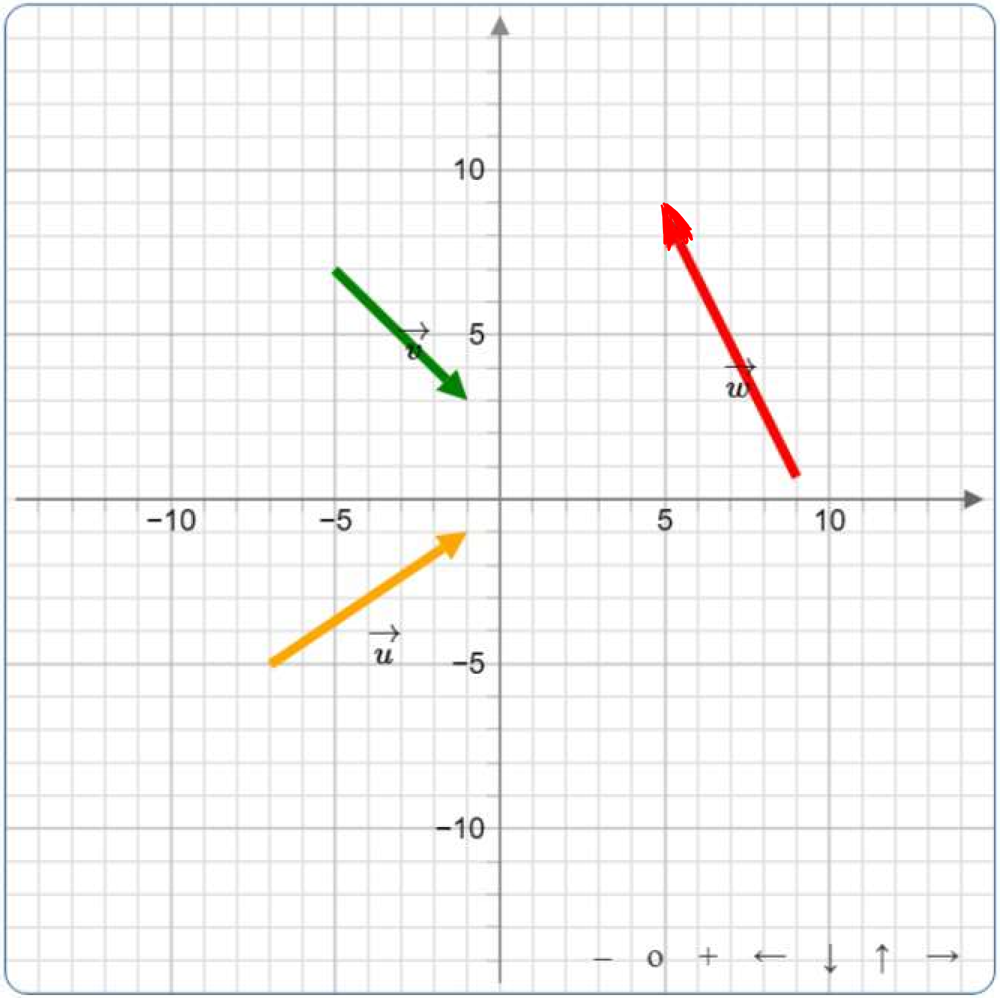
- $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$
- $0,5\vec{v}\begin{pmatrix}0,5\times 4\\0,5\times(-4)\end{pmatrix}$

$= 0,5\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$

$1,5\vec{u}\begin{pmatrix}\square\\\square\end{pmatrix}$

$0,5\vec{v}\begin{pmatrix}\square\\\square\end{pmatrix}$

$-0,5\vec{w}\begin{pmatrix}\square\\\square\end{pmatrix}$



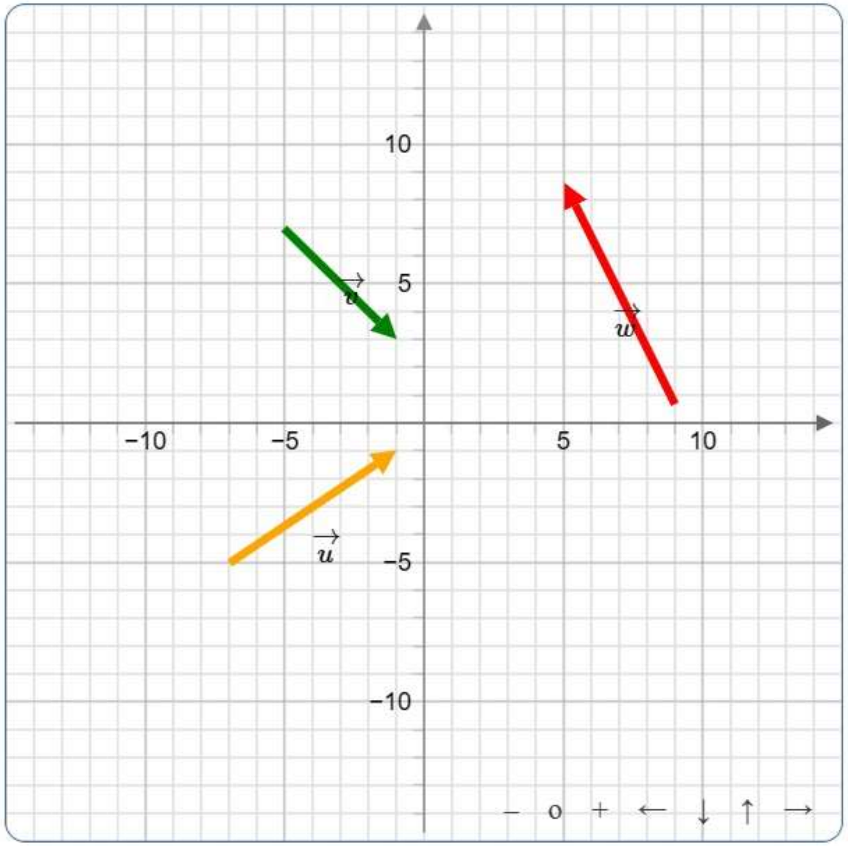
c) $-0{,}5\,\vec{w}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

- $\vec{w}\begin{pmatrix}-4\\8\end{pmatrix}$

- $-0{,}5\,\vec{w}\begin{pmatrix}-0{,}5\times(-4)\\-0{,}5\times 8\end{pmatrix}$

$= -0{,}5\,\vec{w}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

VECTEURS_COORDONNEES4
VECTEURS_COORDONNEES4a



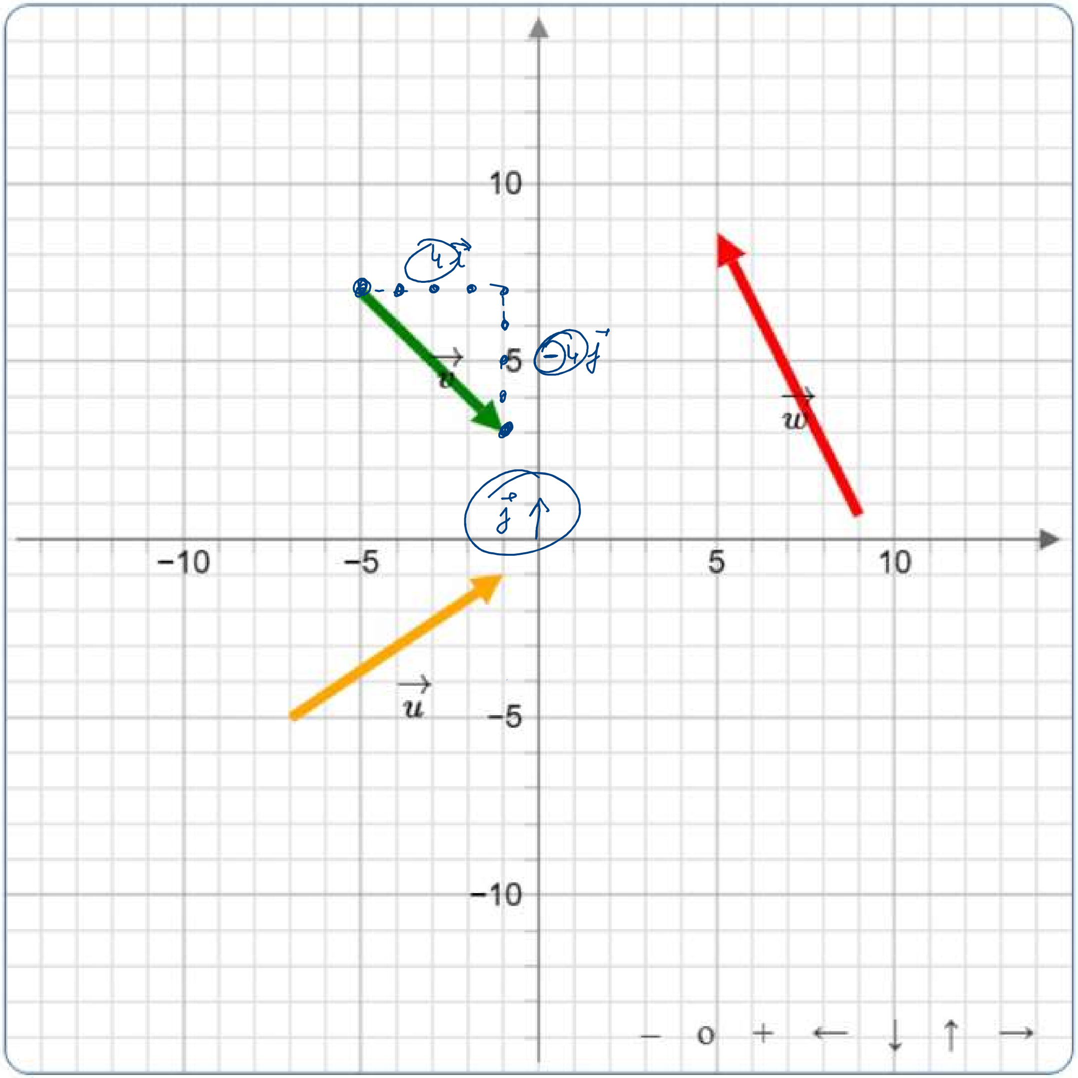
Donner les coordonnées (NOMBRES ENTIERS) des vecteurs $1,5\vec{u}$, $0,5\vec{v}$, $-0,5\vec{w}$

$1,5\vec{u}$

$0,5\vec{v}$

$-0,5\vec{w}$

4 Somme de deux vecteurs



Soit $R\,(0\,;-5)$

1. Placer le point Q tel que $\overrightarrow{RQ} = \vec{u} + \vec{v}$

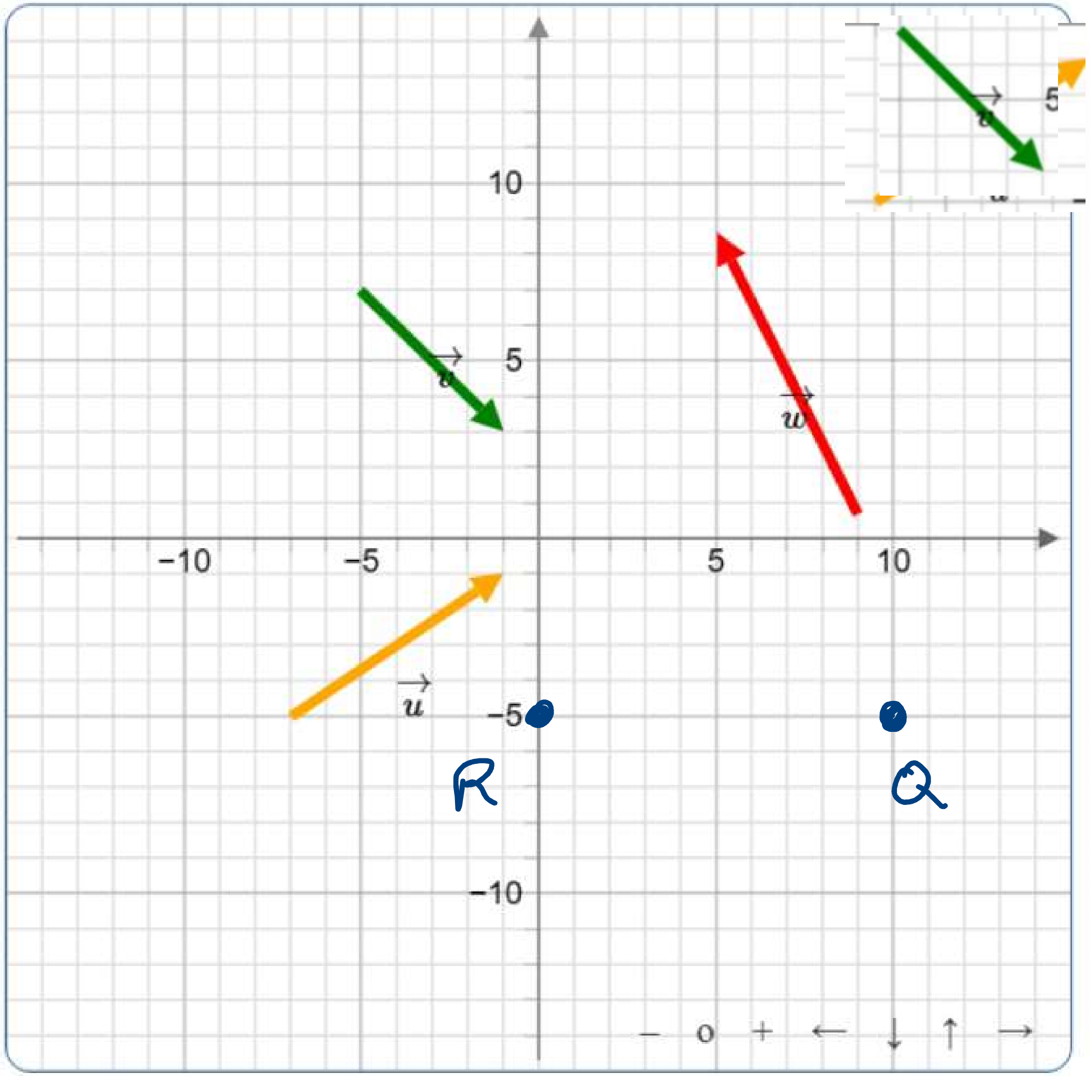
- $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$
- $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}6+4\\4+(-4)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}$

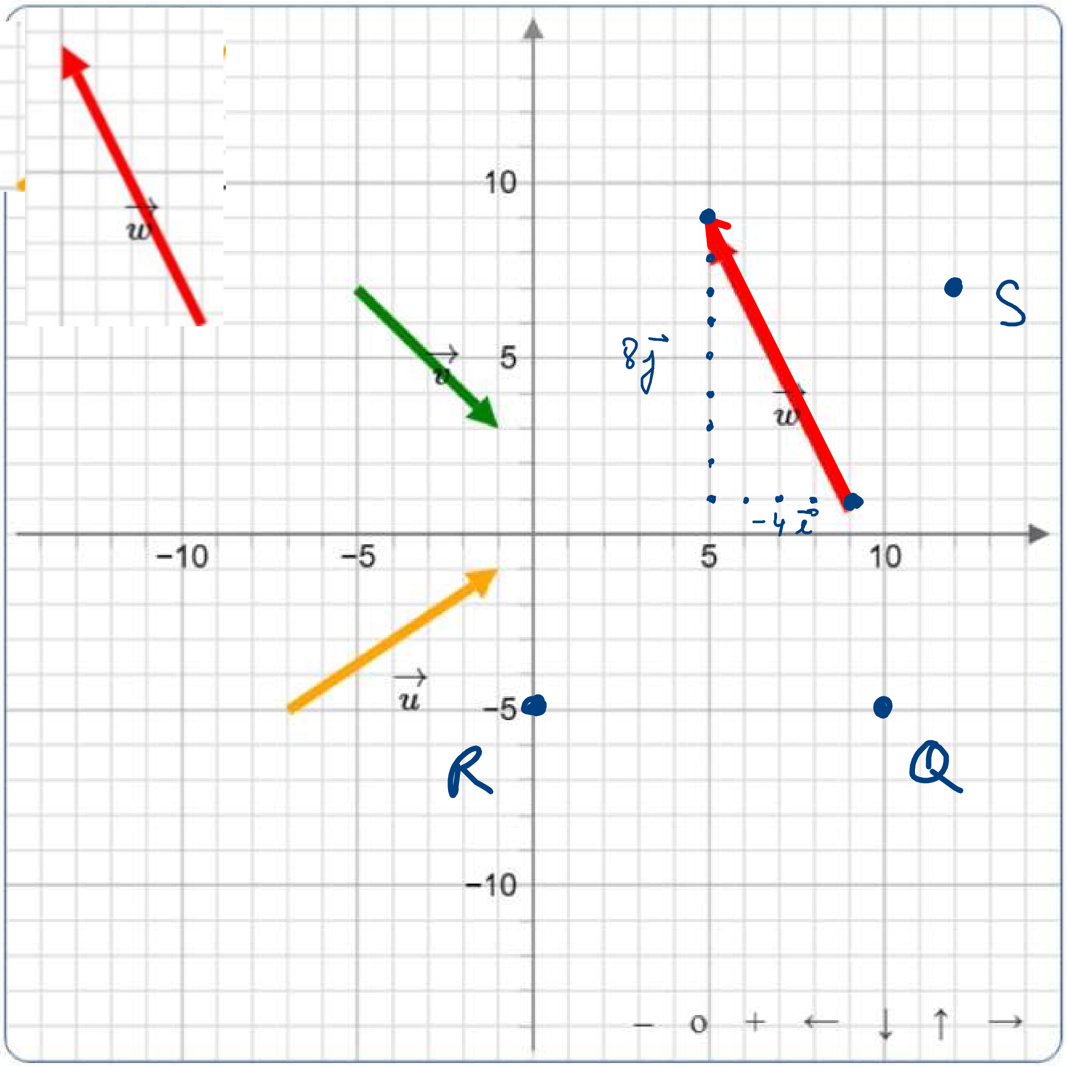
Soit R (0 ; −5)

① Placer le point Q tel que

$$\overrightarrow{RQ} = \vec{u} + \vec{v}$$

- $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$
- $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}6+4\\4+(-4)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{RQ}\begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}$



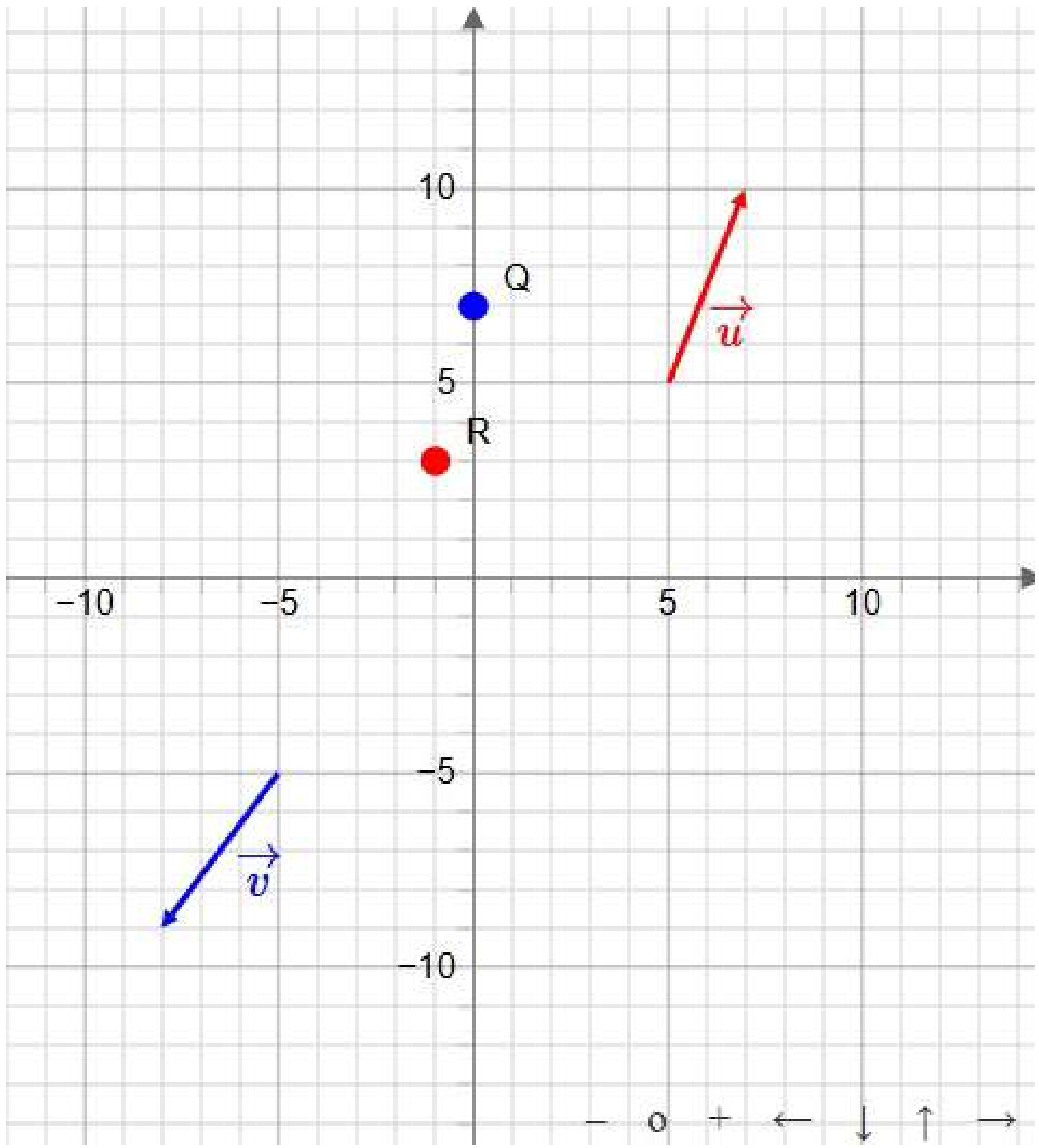


② Placer le point S tel que :

$$\overrightarrow{QS} = \vec{w} + \vec{u}$$

- $\vec{w}\begin{pmatrix}-4\\8\end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$
- $\vec{w}+\vec{u}\begin{pmatrix}-4+6\\8+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\12\end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{QS}\begin{pmatrix}2\\12\end{pmatrix}$

VECTEURS_COORDONNEES_SOMME1
VECTEURS_COORDONNEES_SOMME2

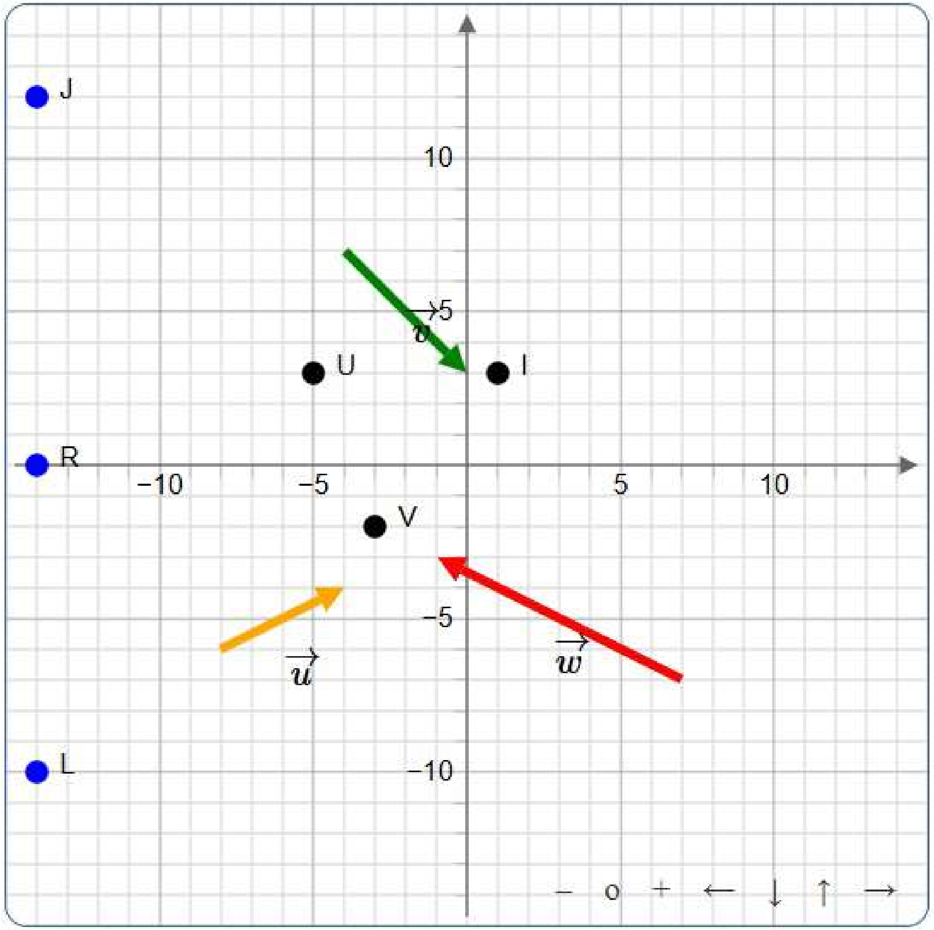


$\vec{u} + \vec{v} \quad \begin{pmatrix} \boxed{} ? \\ \boxed{} ? \end{pmatrix}$

placer le point Q tel que $\overrightarrow{RQ} = \vec{u} + \vec{v}$.

VECTEURS_COORDONNEES4b
(sur ordinateur)

Placer les points ...



$1,5\,\vec{u}$ $\begin{pmatrix} \boxed{?} \\ \boxed{?} \end{pmatrix}$

$0,5\,\vec{v}$ $\begin{pmatrix} \boxed{?} \\ \boxed{?} \end{pmatrix}$

$-0,5\,\vec{w}$ $\begin{pmatrix} \boxed{?} \\ \boxed{?} \end{pmatrix}$

puis placer les points J , R et L tels que:

$\overrightarrow{UJ} = 1,5\,\vec{u}$ $\overrightarrow{IR} = 0,5\,\vec{v}$ $\overrightarrow{VL} = -0,5\,\vec{w}$.

Placement des points: J ? ; R ? ; L ?

5 Coordonnées et opérations

Exercice 1:

Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ alors $2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}$

admet pour coordonnées :

$$2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2\times 5 - 5\times(-2)\\ 2\times(-5) - 5\times(-3)\end{pmatrix}$$

Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ alors $2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}$

admet pour coordonnées :

$$2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2\times 5-5\times(-2)\\2\times(-5)-5\times(-3)\end{pmatrix}$$

$$2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}20\\5\end{pmatrix}$$

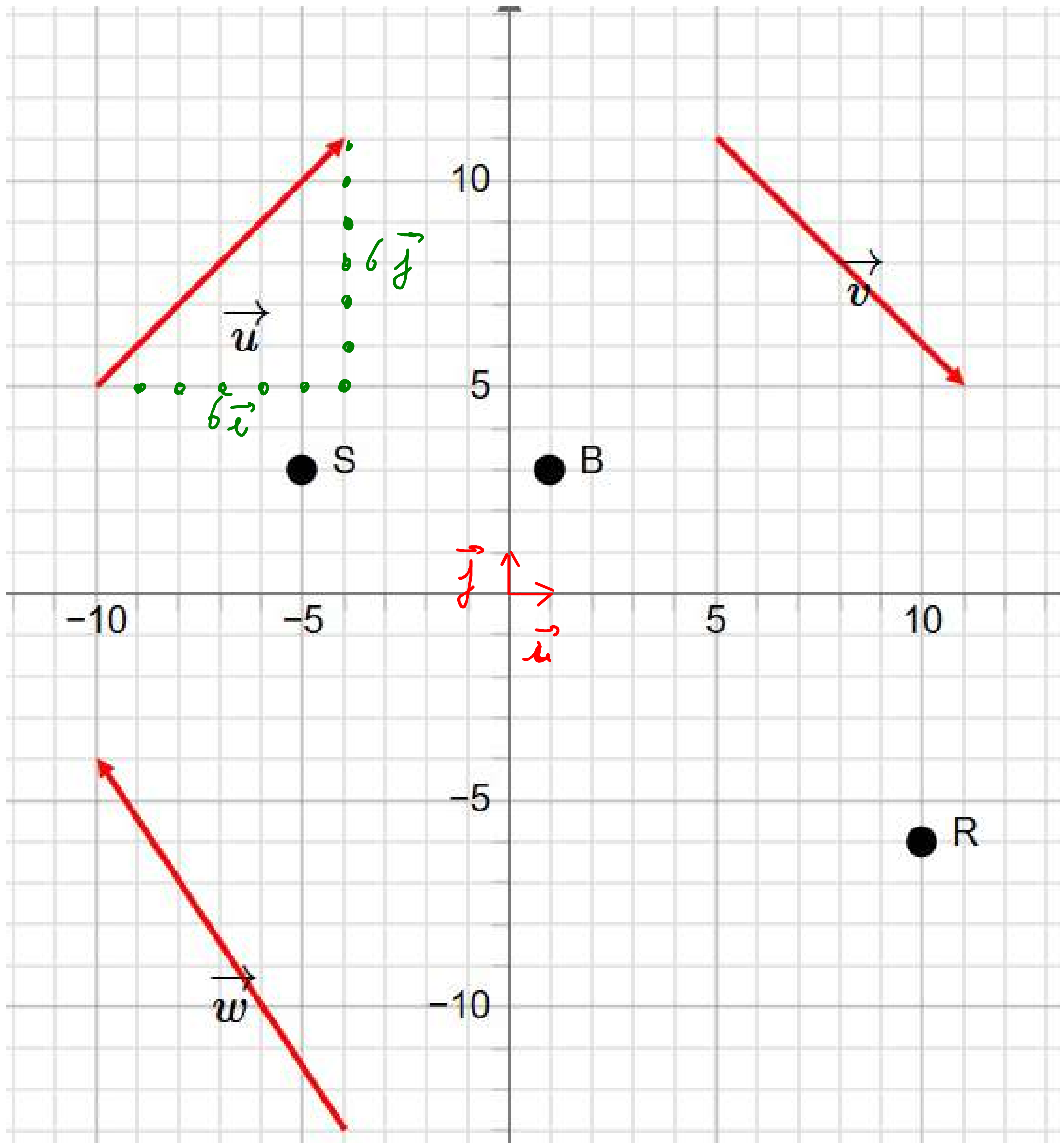
admet pour coordonnées :

$$2\vec{u} - 5\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \times 5 - 5 \times (-2) \\ 2 \times (-5) - 5 \times (-3) \end{pmatrix}$$

$$2\vec{u} - 5\vec{v} \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Exercice 2:

Exercice 2:



a) $\frac{1}{6}\vec{u}$

- $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$

- $\frac{1}{6}\vec{u}\begin{pmatrix} \frac{1}{6}\times 6 \\ \frac{1}{6}\times 6 \end{pmatrix}$

$= \boxed{\frac{1}{6}\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}$

a) $\frac{1}{6}\vec{u}$

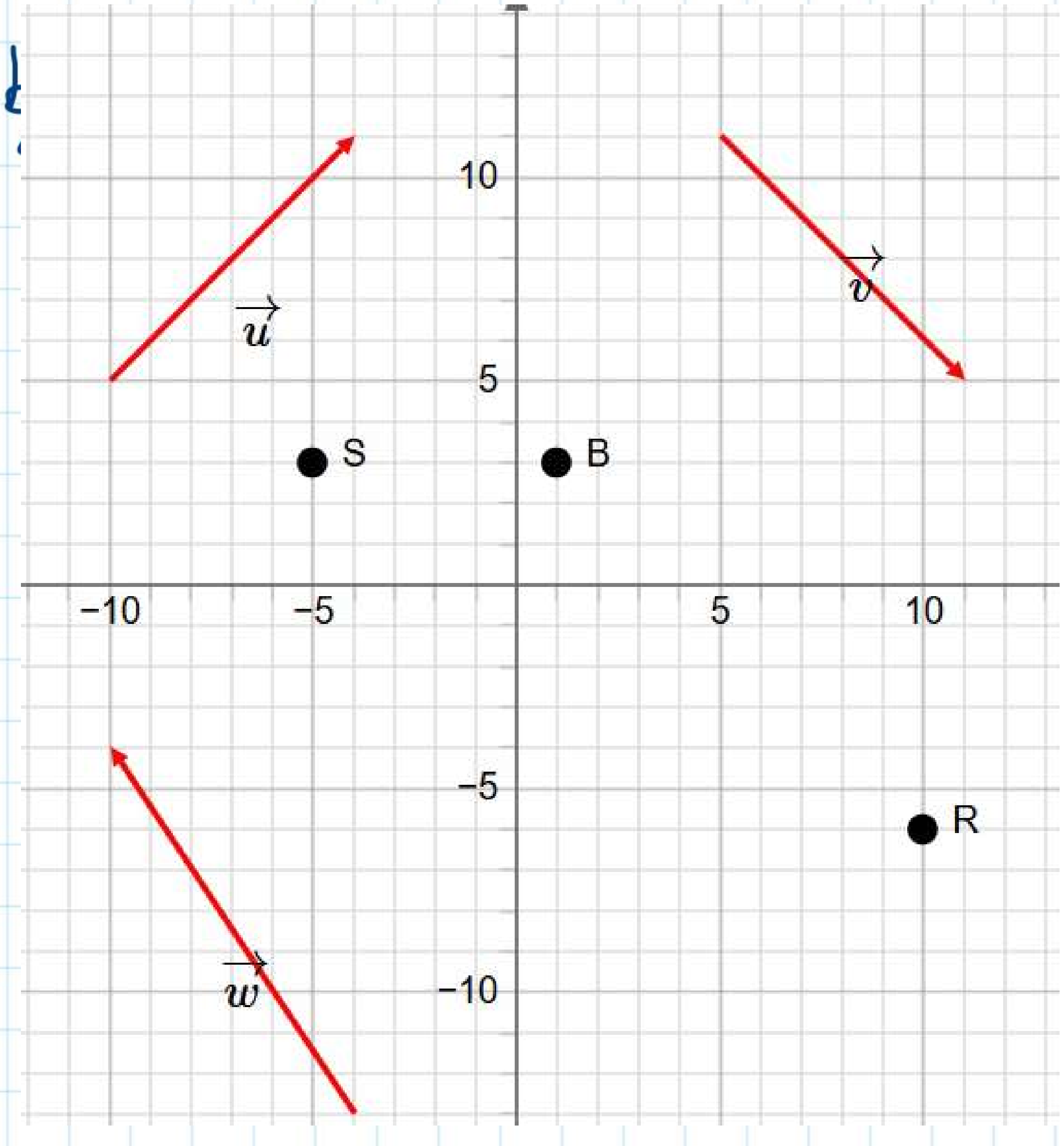
- $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\6\end{pmatrix}$
- $\frac{1}{6}\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{6}\times 6\\ \frac{1}{6}\times 6\end{pmatrix}$

$= \boxed{\frac{1}{6}\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}}$

b) $\frac{5}{3}\vec{v}$

- $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\-6\end{pmatrix}$
- $\frac{5}{3}\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{5}{3}\times 6\\ \frac{5}{3}\times(-6)\end{pmatrix}$

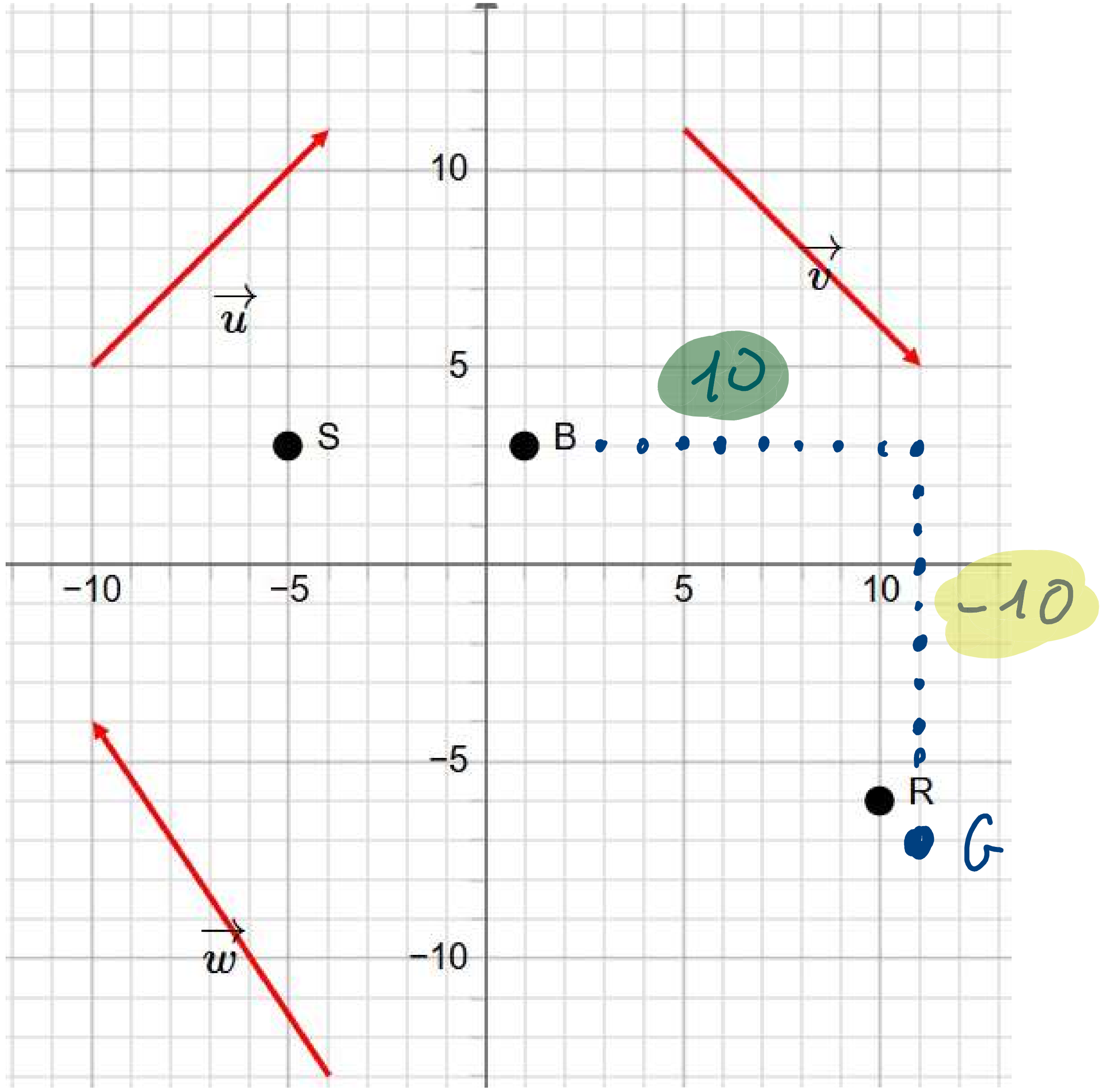
$= \frac{5}{3}\vec{v}\begin{pmatrix}10\\-10\end{pmatrix}$



c) $\frac{2}{3}\vec{w}$

- $\vec{w}\begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$
- $\frac{2}{3}\vec{w}\begin{pmatrix} \frac{2}{3}\times(-6) \\ \frac{2}{3}\times 9 \end{pmatrix}$

$= \frac{2}{3}\vec{w}\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$



Exercice 2:

$$\overrightarrow{BG} = \frac{5}{3}\vec{v} \quad \overrightarrow{RJ} = \frac{2}{3}\vec{w}.$$

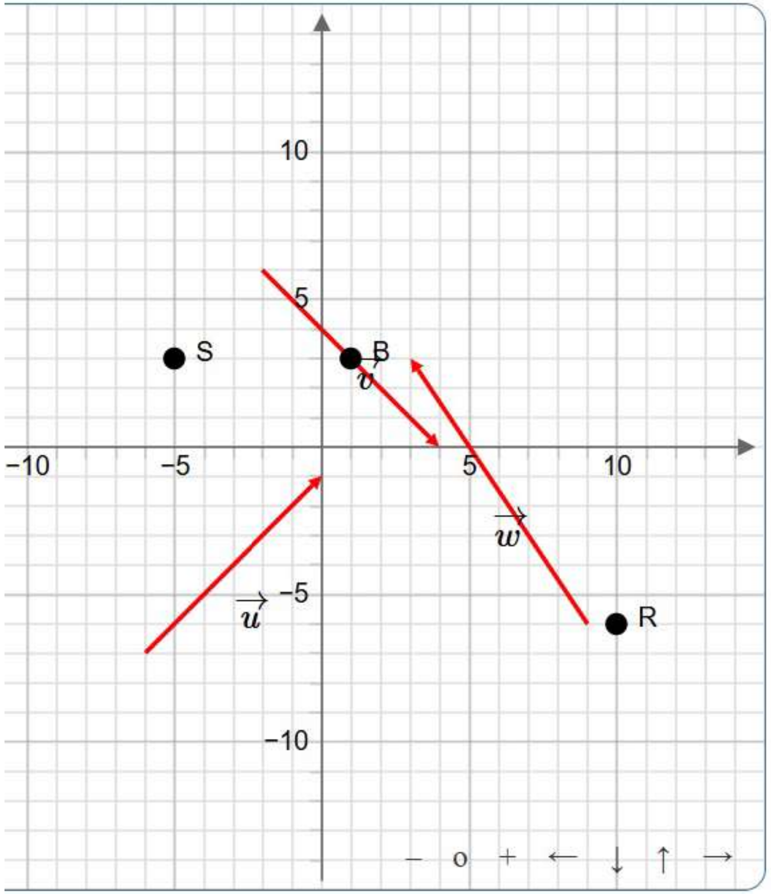
$\frac{5}{3}\vec{v}$ $\begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix}$

$2\vec{u}$ (? ?)

$\frac{5}{3}\vec{v}$ (? ?)

$\frac{2}{3}\vec{w}$ (? ?)

VECTEURS_COORDONNEES5
(avec des fractions)



Donner les coordonnées (NOMBRES ENTIERS) des vecteurs $2\vec{u}$, $\frac{5}{3}\vec{v}$, $\frac{2}{3}\vec{w}$

$2\vec{u}$ $\begin{pmatrix} \boxed{} ? \\ \boxed{} ? \end{pmatrix}$

$\frac{5}{3}\vec{v}$ $\begin{pmatrix} \boxed{} ? \\ \boxed{} ? \end{pmatrix}$

$\frac{2}{3}\vec{w}$ $\begin{pmatrix} \boxed{} ? \\ \boxed{} ? \end{pmatrix}$

puis placer les points E , G et J tels que:
$\overrightarrow{SE} = 2\vec{u}$ $\overrightarrow{BG} = \frac{5}{3}\vec{v}$ $\overrightarrow{RJ} = \frac{2}{3}\vec{w}$.
Placement des points: E ? ; G ? ; J ?

VECTEURS_CALCUL_COORD1
VECTEURS_CALCUL_COORD1a

897 secondes restantes (*14 minutes et 57 restantes)*

Exercice 1

Donnez les coordonnées des vecteurs suivants:

1)

Si $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ alors $4\,\vec{u} - 4\,\vec{v}$ ($\boxed{}$? $\boxed{}$?)

2)

Si $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ alors $4\,\vec{u} + 4\,\vec{v}$ ($\boxed{}$? $\boxed{}$?)

Donnez les coordonnées des vecteurs suivants:

1)

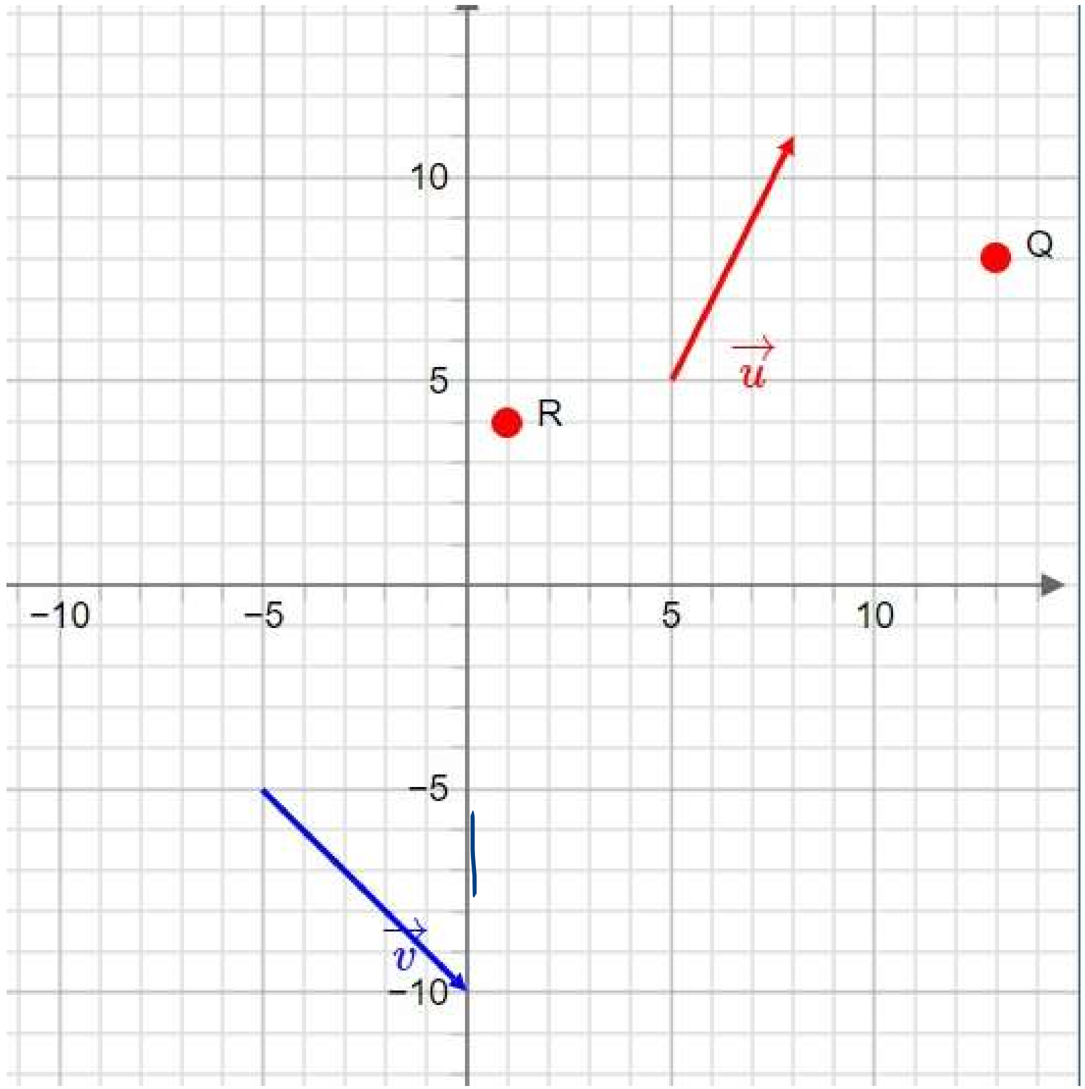
Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ alors $3\overrightarrow{u}+5\overrightarrow{v}$ $\begin{pmatrix}-24\\16\end{pmatrix}$

2)

Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ alors $2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v}$ $\begin{pmatrix}20\\5\end{pmatrix}$

VECTEURS_CALCUL_COORD1
VECTEURS_CALCUL_COORD1a

VECTEURS_COORDONNEES_SOMME1
VECTEURS_COORDONNEES_SOMME2

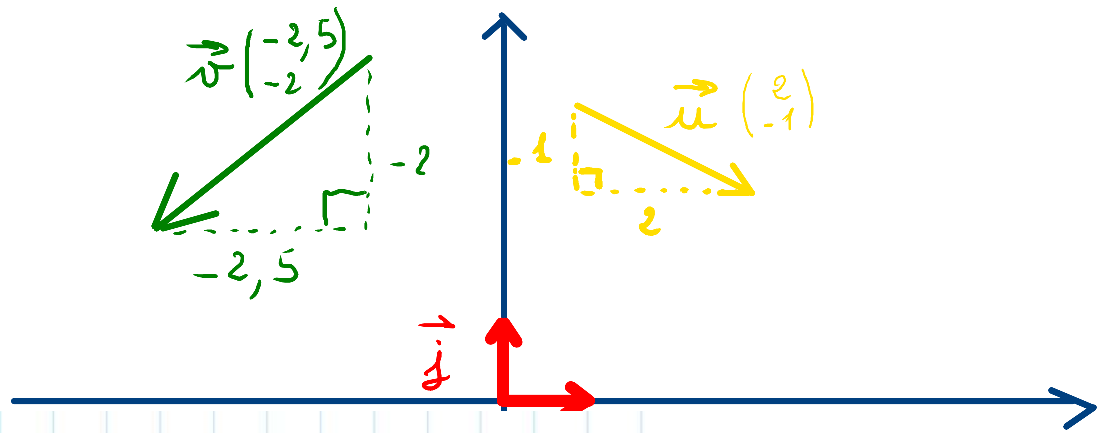


Après avoir écris sur votre cahier les coordonnées coordonnées du vecteurs $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$

$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} \quad \begin{pmatrix} \boxed{} \\ ? \\ \boxed{} \\ ? \end{pmatrix}$

puis placer le point Q tel que $\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.
Placement du point Q: ?

Norme de vecteurs



$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{(2)^2+(-1)^2}$$
$$= \sqrt{4+1}$$
$$\boxed{\|\vec{u}\| = \sqrt{5}}$$

$\vec{v}\begin{pmatrix}-2,5\\-2\end{pmatrix}$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(-2,5)^2+(-2)^2}$$
$$= \sqrt{6,25+4}$$
$$\boxed{\|\vec{v}\| = \sqrt{10,25}}$$

Propriété

$\|\vec{u}\|$

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$. La norme du vecteur $\vec{u}$ est égale à $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2}$.

VECTEURS_COORDONNEES5

$\vec{v}\begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \times \frac{2}{3} \\ \times \frac{2}{3} \end{matrix}$

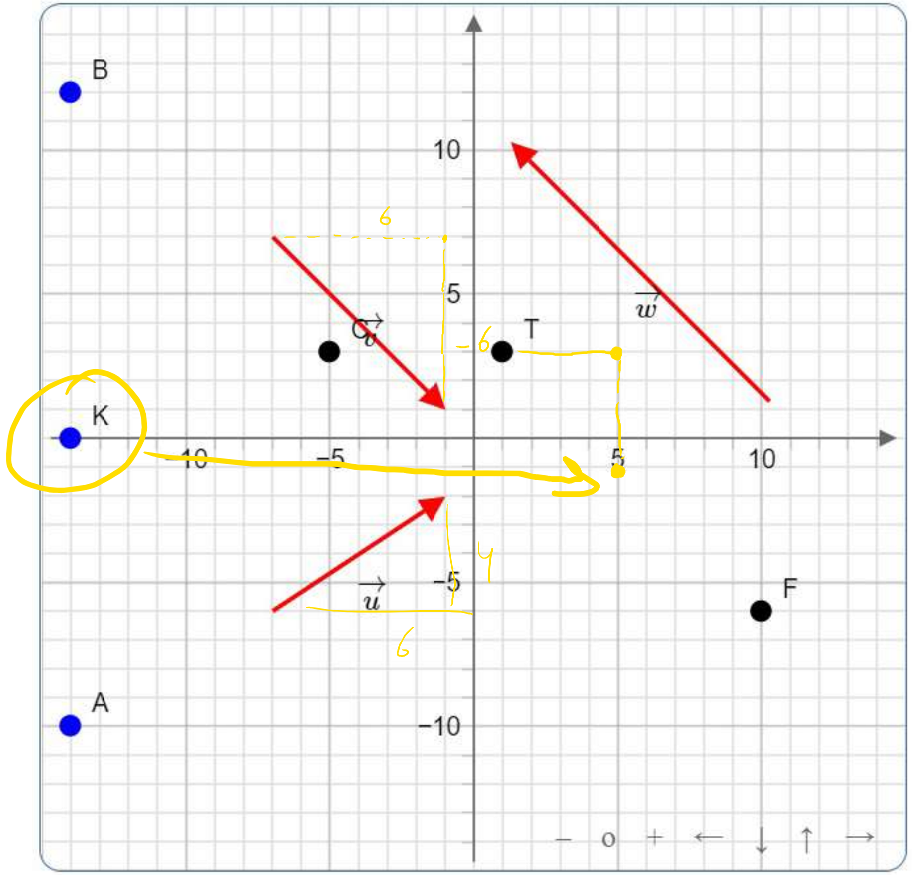
Donner les coordonnées (NOMBRES ENTIERS) des vecteurs $2\vec{u}$, $\frac{2}{3}\vec{v}$, $\frac{4}{3}\vec{w}$

$2\vec{u}$ $\begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

$\frac{2}{3}\vec{v}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\frac{4}{3}\vec{w}$ $\begin{pmatrix} \square \\ \square \end{pmatrix}$

puis placer les points B , K et A tels que:
$\overrightarrow{CB} = 2\vec{u}$ $\overrightarrow{TK} = \frac{2}{3}\vec{v}$ $\overrightarrow{FA} = \frac{4}{3}\vec{w}$.
Placement des points: B ; K ; A



Donnez les coordonnées des vecteurs suivants:

1)

Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ alors $3\overrightarrow{u} + 5\overrightarrow{v}$ $\begin{pmatrix} -24 \\ 16 \end{pmatrix}$

2)

Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ alors $2\overrightarrow{u} - 5\overrightarrow{v}$ $\begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix}$

VECTEURS_CALCUL_COORD1
VECTEURS_CALCUL_COORD1a

VECTEURS_CALCUL_COORD2
(avec graphiques et point à placer)