

Chapitre 7

Statistiques

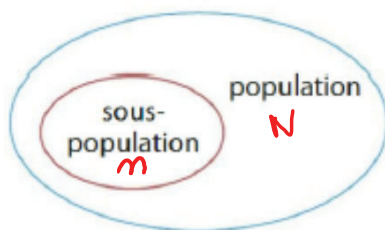
1/2

1. Proportion et pourcentage

1. Population et sous-population

Définition

- On appelle population un ensemble d'éléments appelés les individus.
- On appelle sous-population une partie de la population.



2. Proportion d'une sous-population

Définition

On considère une population qui possède N individus et une sous-population composée de n individus.

La **proportion** d'individus de la sous-population, notée p , est égale à $p = \frac{n}{N}$.

On peut exprimer p en %

2. Proportion d'une sous-population

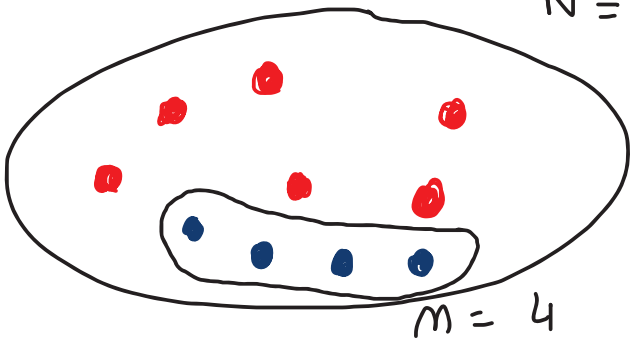
Définition

On considère une population qui possède N individus et une sous-population composée de n individus.

La proportion d'individus de la sous-population, notée p , est égale à $p = \frac{n}{N}$.

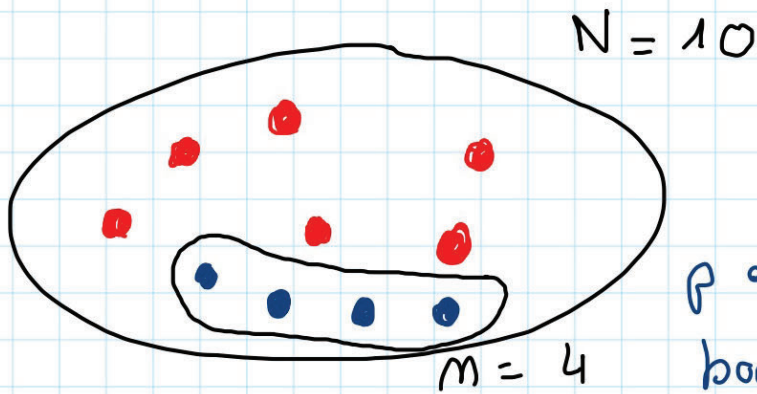
On peut exprimer p en %

$$N = 10$$



$$p = \frac{4}{10} = 0,4 = \frac{40}{100}$$

p est la proportion de
billes bleues. On a aussi $p = 40\%$

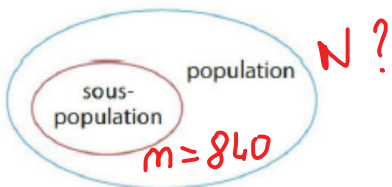


$$p = \frac{4}{10} = 0,4 = \frac{40}{100}$$

p est la proportion de boules bleues. On a aussi $p = 40\%$

Exercice

1) 40% de est égal à 840



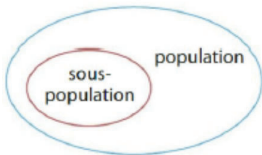
$$p = \frac{m}{N}$$

$$\frac{40}{100} = \frac{840}{N}$$

$$N = \frac{840 \times 100}{40}$$

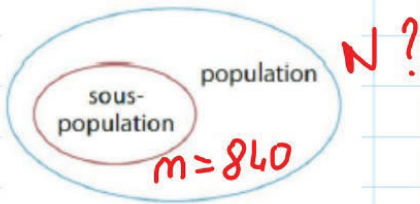
$$N = 2100$$

2) % de 1200 est égal à 324



Exercice

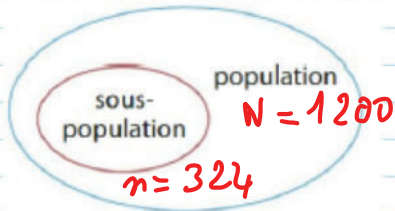
1) 40% de est égal à 840



$$p = \frac{m}{N}$$
$$\frac{40}{100} = \frac{840}{N}$$

$$N = \frac{840 \times 100}{40}$$
$$N = 2100$$

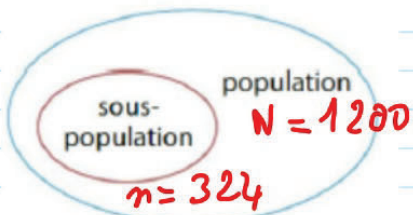
2) % de 1200 est égal à 324



$$p = \frac{m}{N}$$

$$p = \frac{324}{1200} = 0,27 = \frac{27}{100}$$

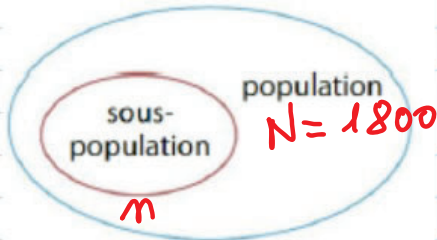
2) % de 1200 est égal à 324



$$p = \frac{m}{N}$$

$$p = \frac{324}{1200} = 0,27 = \frac{27}{100}$$

3) 37% de 1800 est égal à



$$p = \frac{m}{N}$$

$$\frac{37}{100} = \frac{m}{1800}$$

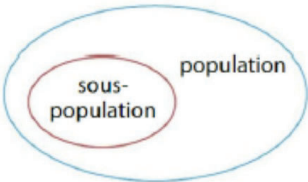
$$m = \frac{37 \times 1800}{100}$$

$$m = 666$$

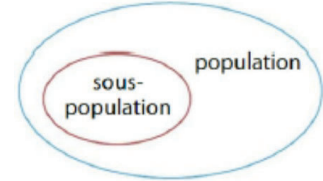
Exercice

$$P = \frac{m}{N}$$

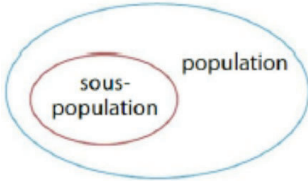
1) 40% de est égal à 840



2) % de 1200 est égal à 324



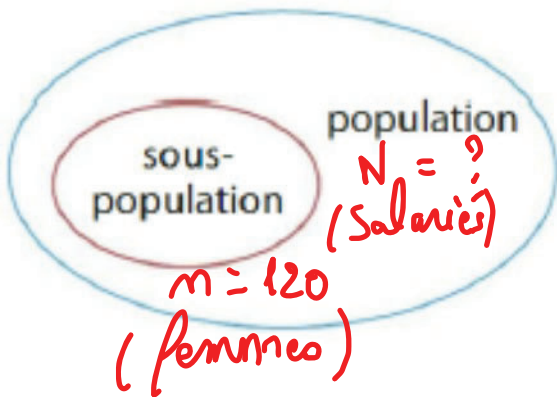
3) 37% de 1800 est égal à



POURCENTAGE_CALC_RAPIDE0
POURCENTAGE_CALC_RAPIDE1
POURCENTAGE_CALC_RAPIDE2

Exercice

1) Dans une entreprise de ? salariés, il y a 120 femmes. Cela représente 10 % de l'ensemble des salariés.

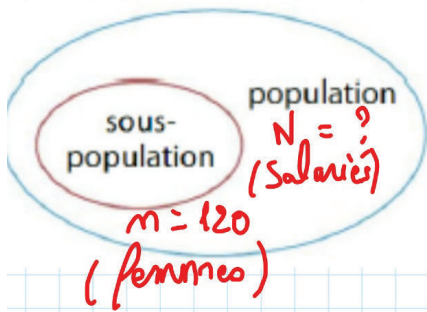


$$p = \frac{m}{N}$$

$$\frac{10}{100} = \frac{120}{N}$$

$$N = \frac{100 \times 120}{10} = 1200$$

$$? = 1200$$



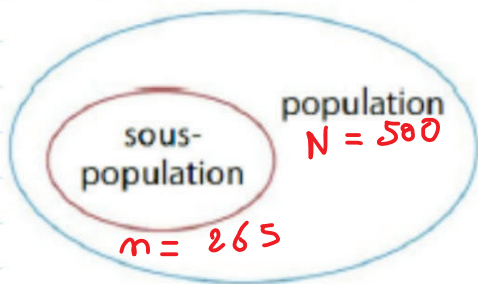
$$p = \frac{m}{N}$$

$$\frac{10}{100} = \frac{120}{N}$$

$$N = \frac{100 \times 120}{10} = 1200$$

$$\boxed{? = 1200}$$

2) Dans une cuve de soda contenant 500 litres, il y a 265 litres de sirop de glucose, soit ? % de glucose.

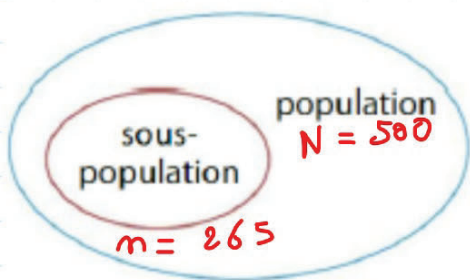


$$p = \frac{m}{N}$$

$$p = \frac{265}{500} = 0,53 = \frac{53}{100}$$

$$? = 53 \%$$

2) Dans une cuve de soda contenant 500 litres, il y a 265 litres de sirop de glucose, soit ? % de glucose.

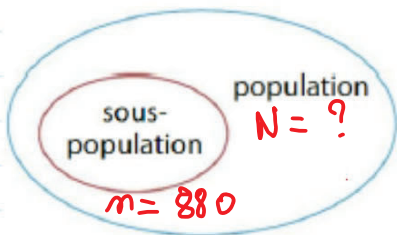


$$p = \frac{m}{N}$$

$$p = \frac{265}{500} = 0,53 = \frac{53}{100}$$

$$\boxed{? = 53 \%}$$

3) Il y a 880 élèves de premières suivant la spécialité MATHÉMATIQUES soit 44 %. Il y a ? élèves de Première au total.



$$p = \frac{m}{N}$$

$$\frac{44}{100} = \frac{880}{N}$$

$$N = \frac{100 \times 880}{44}$$

$$N = 2000$$

$$\boxed{? = 2000}$$

Exercice

1) Dans une entreprise de ? salariés, il y a 120 femmes. Cela représente 10 % de l'ensemble des salariés.

Compléter: ?= Soit

2) Dans une cuve de soda contenant 500 litres, il y 265 litres de sirop de glucose, soit ? % de glucose.

Compléter: ?= Soit

3) Dans une coopérative de 1700 agriculteurs, il y a 391 producteurs de blé ce qui fait ? % des membres de la coopérative.

Compléter: ?= Soit

4) Dans un stock de ? écrans d'ordinateur on constate la dégradation de 1936 écrans suite à des intempéries, soit 88 % du stock.

Compléter: ?= Soit

5) Il y a 880 élèves de premières suivant la spécialité MATHÉMATIQUES soit 44 %. Il y a ? élèves de Première au total.

Compléter: ?= Soit

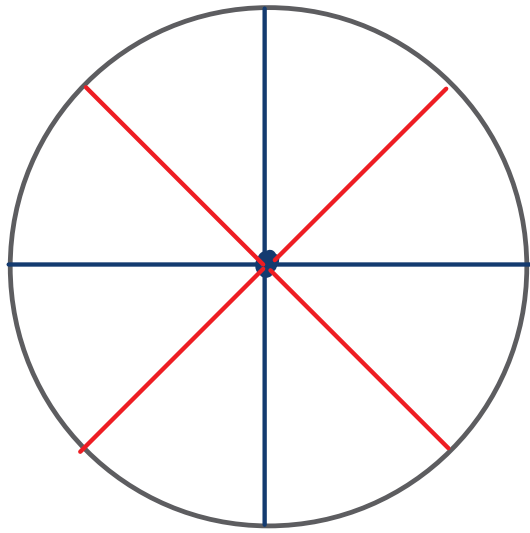
POURCENTAGE_PB1

POURCENTAGE_PB2

POURCENTAGE_PB3

POURCENTAGE_PB4

3. Pourcentage de pourcentage



- Je découpe la pizza en 4 parts.
- Je découpe chaque part en 2.

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

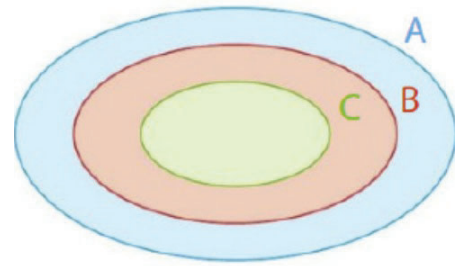
Propriété

On considère une population notée A , une sous-population B de A et une sous-population C de B .

On note p_B la proportion d'individus de la population B dans A et

p_C la proportion d'individus de la population C dans B .

La proportion p d'individus de C dans A est égale à $p = p_B \times p_C$.



$$p = p_B \times p_C$$

Exercice

On considère la population constituée par les véhicules que possède une entreprise.

75 % de ces véhicules sont électriques. Parmi les véhicules électriques, 30 % sont des deux-roues.

Quelle est la proportion de deux-roues électriques dans l'entreprise ?

Exercice

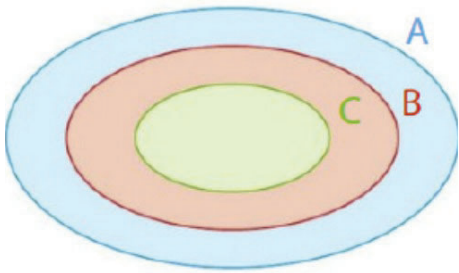
On considère la population constituée par les véhicules que possède une entreprise.
75 % de ces véhicules sont électriques. Parmi les véhicules électriques, 30 % sont des deux-roues.

Quelle est la proportion de deux-roues électriques dans l'entreprise ?

A = "véhicules de l'entreprise" $P_A = \frac{100}{100}$

B = "véhicules électriques" $P_B = \frac{75}{100}$

C = "deux-roues" $P_C = \frac{30}{100}$

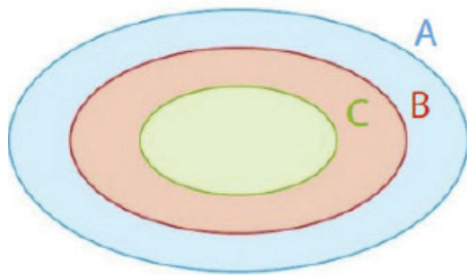


$$p = P_B \times P_C = \frac{75}{100} \times \frac{30}{100} = \boxed{\frac{22,5}{100}}$$

Exercic

On considère la population constituée par les véhicules que possède une entreprise.
75 % de ces véhicules sont électriques. Parmi les véhicules électriques, 30 % sont des deux-roues.

Quelle est la proportion de deux-roues électriques?



A=

B=

C=

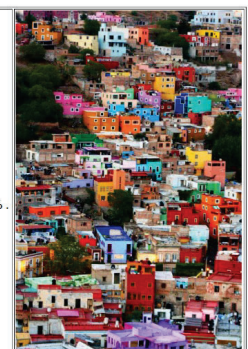
Exercice 1

La carte d'un restaurant est composée pour moitié de plats et pour l'autre moitié de desserts.
Parmi les plats, 30 % sont végétariens.
La proportion de plats végétariens dans la carte de ce restaurant en pourcentage est égal à ? %



Exercice 1

Dans une ville on dénombre 600000 habitants.
Parmi cette population, on dénombre 30% d'habitants de plus de 65 ans.
De plus, 50% des habitants de plus de 65 ans sont des hommes.
La proportion des hommes de plus de 65 ans dans ce pays est ? %



Exercice 2

20 % des ventes d'un concessionnaire sont des véhicules utilitaires. Parmi ceux-ci, 30 % sont de couleur blanche.
La proportion de véhicules utilitaires blancs en pourcentage parmi les ventes de ce concessionnaire est égal à ? %.



Exercice 2

Un fabricant de meubles dispose d'un stock.
Parmi les meubles en bois, trois dixième est fait de chêne, alors qu'au total trois quart des meubles sont en bois.
La proportion de meubles en chêne en pourcentage (qui peut-être un nombre à virgule) dans ce stock est égal à ? %



POURCENTAGE_DE_POURCENTAGE1
POURCENTAGE_DE_POURCENTAGE2

POURCENTAGE0

POURCENTAGE1

POURCENTAGE2

POURCENTAGE3

Pour chacune des affirmations suivantes, donner la valeur de la proportion en pourcentage arrondie à l'unité:

1) Dans une ville, 432 véhicules utilisés sont électriques sur un total de 1600.

La proportion de véhicule électrique en pourcentage est donc égal à ? %

2) Dans une réserve naturelle de 812 animaux sont considéré comme mal nourris sur un total de 1400.

La proportion d'animaux souffrant de mal-nutrition en pourcentage est donc égal à ? %

3) Un observatoire astronomique a déterminé que dans une galaxie 540 étoiles sont accompagnés de planètes sur un total de 1200 étoiles étudiés.

La proportion en pourcentage d'étoiles accompagnés de planètes est donc égal à ? %.

2. Variations d'une quantité

V_I = " Valeur Initiale "

V_F = " Valeur Finale "

1. Variation absolue

$V_I \longrightarrow V_F$

Définition

On considère une quantité qui varie au cours du temps. On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.

La variation absolue de la quantité est le nombre $V_F - V_I$.

Exercice d'application

Le patron d'un magasin d'informatique compare les résultats de ses ventes de tablettes et d'ordinateurs portables entre l'année 2019 et l'année 2020 : le nombre d'ordinateurs portables vendus est passé de 1 256 à 1 099 en une année. Dans le même temps, le nombre de tablettes vendues est passé de 890 à 1 068.

Le patron d'un magasin d'informatique compare les résultats de ses ventes de tablettes et d'ordinateurs portables entre l'année 2019 et l'année 2020 : le nombre d'ordinateurs portables vendus est passé de 1 256 à 1 099 en une année. Dans le même temps, le nombre de tablettes vendues est passé de 890 à 1 068.

$$\text{Ordinateurs portables : } \underset{(V_i)}{1256} \longrightarrow \underset{(V_f)}{1099}$$

$$\text{Tablettes : } \underset{(V_i)}{890} \longrightarrow \underset{(V_f)}{1068}$$

La variation absolue entre 2019 et 2020 est : $(V_f - V_i)$

- pour les ordinateurs : $1099 - 1256 = -157$
(négative car la quantité diminue)
- pour les tablettes : $1068 - 890 = 178$
(positive car la quantité augmente)

Exercice d'application

Le patron d'un magasin d'informatique compare les résultats de ses ventes de tablettes et d'ordinateurs portables entre l'année 2019 et l'année 2020 : le nombre d'ordinateurs portables vendus est passé de 1 256 à 1 099 en une année. Dans le même temps, le nombre de tablettes vendues est passé de 890 à 1 068.

La variation absolue entre 2019 et 2020 est : $(V_F - V_i)$

- pour les ordinateurs : $1099 - 1256 = -157$
(négative car la quantité diminue)
- pour les tablettes : $1068 - 890 = 178$
(positive car la quantité augmente)

- pour les ordinateurs : $1099 - 1256 = -157$
(négative car la quantité diminue)
- pour les tablettes : $1068 - 890 = 178$
(positive car la quantité augmente)

2. Variation relative

objectif : $V_I \longrightarrow V_F$

2. Variation relative

objectif:

V_I $\xrightarrow{+5}$ V_F
A manger
pour 2 personnes

V_F
⚠
(7)

$$\frac{5}{2} = 2,5$$

A manger $\xrightarrow{+5}$
pour 30 personnes

0 ~~K~~
(35)

$$\frac{5}{30} \approx 0,17$$

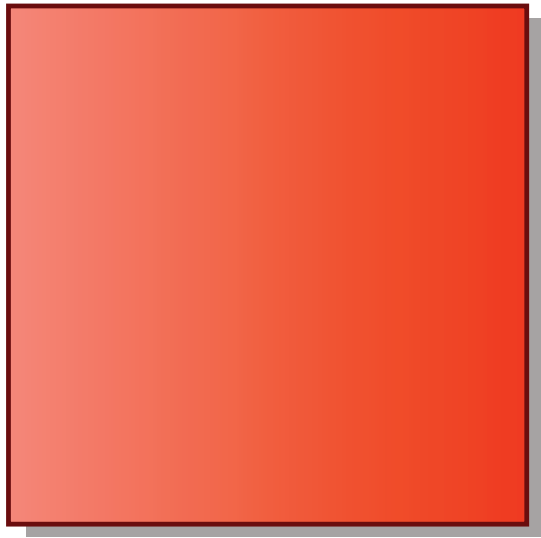
Définition

On considère une quantité qui varie au cours du temps. On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.

La variation relative de V_F par rapport à V_I est le nombre

$$\frac{V_F - V_I}{V_I}$$

$$\frac{V_F - V_I}{V_I}$$



- pour les ordinateurs : $1099 - 1256 = -157$
(négative car la quantité diminue)
- pour les tablettes : $1068 - 890 = 178$
(positive car la quantité augmente)

Définition

On considère une quantité qui varie au cours du temps. On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.

La variation relative de V_F par rapport à V_I est le nombre $\frac{V_F - V_I}{V_I}$.

$$\frac{V_F - V_I}{V_I}$$

objectif: mesurer l'impact de la variation absolue sur le groupe de départ

Le taux d'évolution est la variation relative en %

$$T = \frac{V_F - V_I}{V_I} \times 100$$

Variation relative

objectif: mesurer l'impact de la variation absolue sur le groupe de départ

Le **taux d'évolution** est la variation relative en %

$$T = \frac{V_F - V_I}{V_I} \times 100$$

Variation relative

- pour les ordinateurs : $1099 - 1256 = -157$
(négative car la quantité diminue)
- pour les tablettes : $1068 - 890 = 178$
(positive car la quantité augmente)

Exercice :

Ordinateurs : variation relative : $\frac{(1099 - 1256)}{1256} = -0,125$

$$\frac{V_F - V_I}{V_I}$$

$$T = \frac{V_F - V_I}{V_I} \times 100$$

↓
Variation relative

- pour les ordinateurs : $1099 - 1256 = -157$
(négative car la quantité diminue)
- pour les tablettes : $1068 - 890 = 178$
(positive car la quantité augmente)

Exercice :

Ordinateurs : variation relative : $\frac{(1099 - 1256)}{1256} = -0,125$

$$\frac{V_F - V_I}{V_I}$$

Taux d'évolution : $-0,125 \times 100 = -12,5\%$
(en %)

Il y a une baisse de 12,5%
(-) du nombre d'ordinateurs vendus

$$T = -12,5\%$$

Taux d'évolution : $-0,125 \times 100 = -12,5\%$
(en %)

Il y a une baisse de 12,5%
du nombre d'ordinateurs (-) vendus

$$T = -12,5\%$$

Exercice 1

Une entreprise compte 4400 salariés en 2019. Suite à une augmentation de commandes, elle lance une campagne d'embauche pour arriver à 5236 salariés en 2020.

La variation absolue du nombre d'employés entre 2019 et 2020 est égale à employés.

La variation relative (taux d'évolution) en pourcentage du nombre d'employé entre 2019 et 2020 est %

Exercice 1

Une entreprise compte 4400 salariés en 2019. Suite à une augmentation de commandes, elle lance une campagne d'embauche pour arriver à 5236 salariés en 2020.

La variation absolue du nombre d'employés entre 2019 et 2020 est égale à employés. $V_a = 5236 - 4400 = 836$

La variation relative (taux d'évolution) en pourcentage du nombre d'employé entre 2019 et 2020 est %

$$V_r = \frac{(5236 - 4400)}{4400} \times 100 = 19$$

Exercices en ligne:

VARIATIONS_ABSOLUE_RELATIVE1

VARIATIONS_ABSOLUE_RELATIVE1a

3) Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

Rappel:

Le **taux d'évolution T** est la variation relative en %

Nouvelle définition:

Le **coefficient multiplicateur CM** permet de passer de VI à VF

$$CM = \frac{VF}{VI}$$


Relation entre CM et T

$$CM = 1 + \frac{T}{100}$$

Exercice 1

Représenter le problème suivant dans le tableau ci-dessous.


Le nombre de chemises vendues par un distributeur de textiles passe de 1500 en 2019 à 2040 en 2020.

Taux d'évolution en pourcentage: <input type="text"/> ? %		
$V_I =$ <input type="text"/> ?		$V_F =$ <input type="text"/> ?
Coefficient multiplicateur: <input type="text"/> ?		

Exercice 1

Représenter le problème suivant dans le tableau ci-dessous.

Le nombre de chemises vendues par un distributeur de textiles passe de 1500 en 2019 à 2040 en 2020.

Taux d'évolution en pourcentage: <input type="text"/> ? %		
$V_I = $ <input type="text" value="1500"/> ?		$V_F = $ <input type="text" value="2040"/> ?
Coefficient multiplicateur: <input type="text"/> ?		

Variation relative : $\frac{V_F - V_I}{V_I} = 0,36$ $\left(= \frac{(2040 - 1500)}{1500} \right)$

Taux d'évolution : 36 % $\xrightarrow{\times 100}$

Coefficient multiplicateur : $CM = \frac{V_F}{V_I} = 1,36$ $\xrightarrow{1 + \frac{36}{100}}$


$$1 + \frac{36}{100}$$

$$\left(\frac{2040}{1500} \right)$$

Variation relative : $\frac{V_F - V_I}{V_I} = 0,36$

Taux d'évolution : 36 %

Coefficient multiplicateur : $CM = \frac{V_F}{V_I} = 1,36$


Taux d'évolution en pourcentage: <input type="text" value="36"/> ? %		
$V_I = $ <input type="text" value="1500"/> ?		$V_F = $ <input type="text" value="2040"/> ?
Coefficient multiplicateur: <input type="text" value="1,36"/> ?		

Exercice 2

2019 → 2020

Représenter le problème suivant dans le tableau ci-dessous.

Le chiffre d'affaire d'une entreprise de menuiserie s'élève à 38005 euros en 2020, soit 31095 euros **de moins** qu'en 2019.

Taux d'évolution en pourcentage: <input type="text"/> ? %		
$V_I = $ <input type="text"/> ?		$V_F = $ <input type="text" value="38005"/> ?
Coefficient multiplicateur: <input type="text"/> ?		

Exercice 2

Représenter le problème suivant dans le tableau ci-dessous.

Le chiffre d'affaire d'une entreprise de menuiserie s'élève à 38005 euros en 2020, soit 31095 euros de moins qu'en 2019.

$$2020: V_F = 38005$$

$$2019: V_I = 38005 + 31095 = 69100$$

Taux d'évolution en pourcentage: ? %.

$V_I =$?



$V_F =$?

Coefficient multiplicateur: ?

Taux d'évolution en pourcentage: ? %.

$V_I =$?



$V_F =$?

Coefficient multiplicateur: ?

Variation relative: $\frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{(38005 - 69100)}{69100} = -0,45$
Taux d'évolution (%): -45%) $\times 100$

C.M.: $1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{-45}{100} = 0,55$

ou $\frac{V_F}{V_I} = \frac{38005}{69100} = 0,55$

TAUX_EVOLUTION_COEFF_MULT1
TAUX_EVOLUTION_COEFF_MULT2

Rappel:

$$CM = 1 + \frac{\Delta}{100}$$

Exemples:

un CM de $1,2$ = $1 + \frac{20}{100}$, Evolution de 20%

un CM de $0,7$ = $1 + \frac{-30}{100}$, Evolution de -30%

3. Évolutions d'une quantité

➤ 1. Évolutions successives

Propriété

Pour appliquer plusieurs évolutions successives à une quantité, il suffit de multiplier la quantité par le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Exemple :

① Une hausse de 10% puis une baisse de 40%.

On a deux évolutions successives.

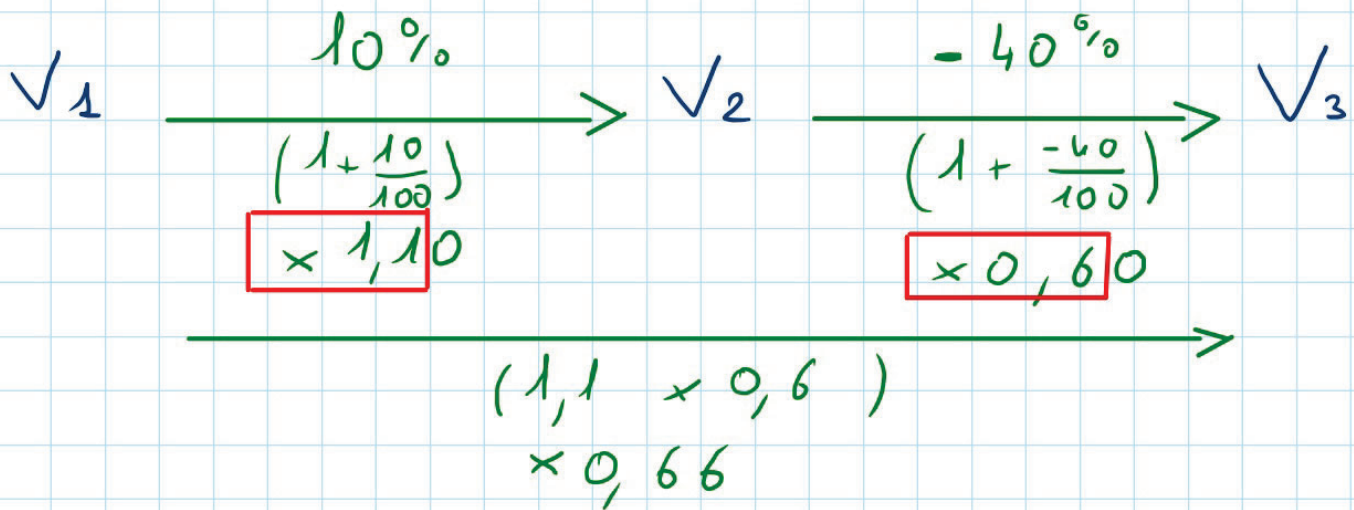
Une hausse de 10% puis une baisse de 40%.

On a deux évolutions successives.

$$\begin{array}{c} V_1 \xrightarrow[\substack{\times (1 + \frac{10}{100}) \\ \times 1,10}]{10\%} V_2 \xrightarrow[\substack{(1 + \frac{-40}{100}) \\ \times 0,60}]{-40\%} V_3 \\ \hline \xrightarrow[\substack{\times (1,1 \times 0,6) \\ \times 0,66}]{\phantom{10\% \text{ puis } -40\%}} \end{array}$$

$$CM = 1 + \frac{9}{100}$$

Pour passer de V_1 à V_3 on multiplie par 0,66

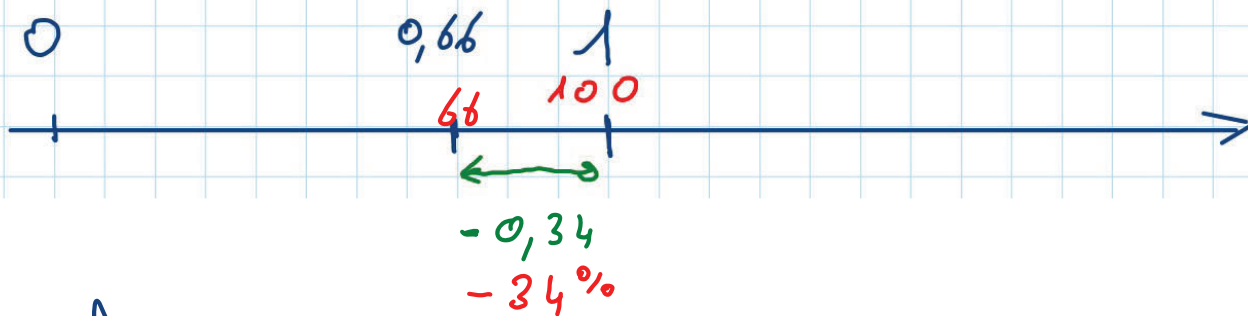


Pour passer de V_1 à V_3 on multiplie
par 0,66

$$CM = 1 + \frac{r}{100}$$

Pour passer de V_1 à V_3 on multiplie
par 0,66

$$CM = 1 + \frac{r}{100} = 1 + \frac{-34}{100} = 0,66 = 1 - 0,34$$

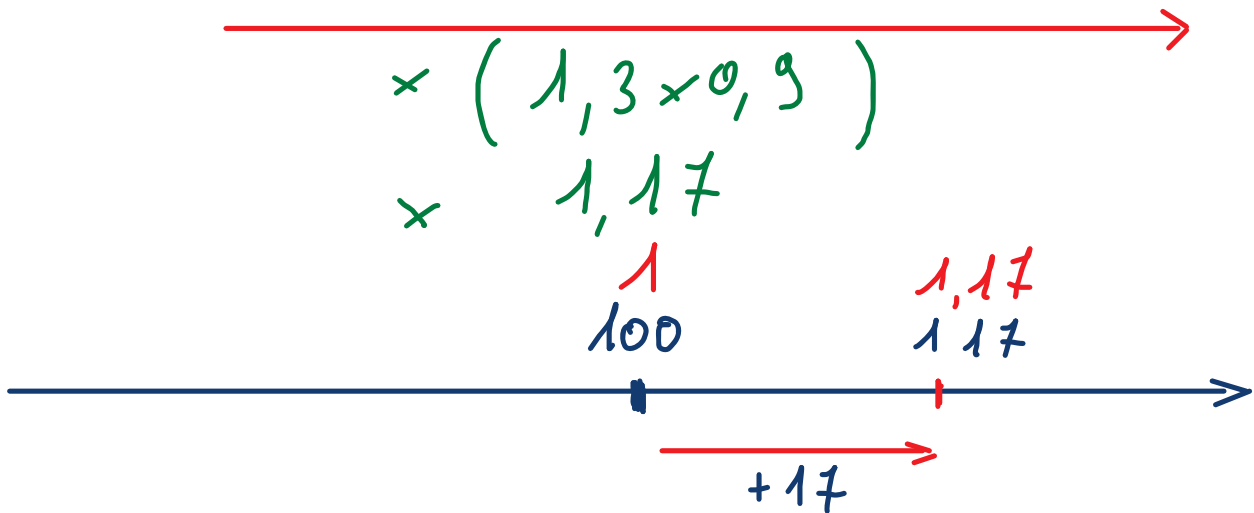


Cela correspond à une baisse de 34%

ou à un taux d'évolution de -34%

② Une hausse de 30% et une baisse de 10%.

$$V_1 \xrightarrow[\begin{array}{l} \times (1 + \frac{30}{100}) \\ \times 1,3 \end{array}]{30\%} V_2 \xrightarrow[\begin{array}{l} \times (1 + \frac{-10}{100}) \\ \times 0,9 \end{array}]{-10\%} V_3$$



$$V_1 \xrightarrow[\begin{matrix} \times (1 + \frac{30}{100}) \\ \times 1,3 \end{matrix}]{30\%} V_2 \xrightarrow[\begin{matrix} \times (1 + \frac{-10}{100}) \\ \times 0,9 \end{matrix}]{-10\%} V_3$$

$$\times (1,3 \times 0,9)$$

$$\times 1,17$$

$$1,17 = 1 + \frac{17}{100}$$

$$1 + 0,17$$

1
100

1,17
117

+17

On a une hausse de 17%.

Soit un taux d'évolution de 17%.

③ Une baisse de 10% puis une
baisse de 20%

$$CM = 1 + \frac{r}{100}$$
$$CM - 1 = \frac{r}{100}$$

$$V_1 \xrightarrow[-10\%]{\times \left(1 + \frac{-10}{100}\right)} V_2 \xrightarrow[-20\%]{\times \left(1 + \frac{-20}{100}\right)} V_3$$

$\times 0,9$ $\times 0,8$

$$\times (0,9 \times 0,8)$$

$$\times 0,72$$

Une baisse de 28% ou un taux d'évolution

$$\underline{0,72 < 1}$$

de

$$\underline{-28\%}$$
$$0,72 - 1 = -0,28$$

$$\begin{array}{c}
 V_1 \xrightarrow[-10\%]{\times \left(1 + \frac{-10}{100}\right)} V_2 \xrightarrow[-20\%]{\times \left(1 + \frac{-20}{100}\right)} V_3 \\
 \times 0,9 \qquad \qquad \times 0,8 \\
 \xrightarrow{\times (0,9 \times 0,8)} \\
 \times 0,72
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{cot} = 1 + \frac{r}{100} \\
 \text{cot} - 1 = \frac{r}{100}
 \end{array}$$

Une baisse de 28% ou un taux d'évolution de $\frac{-28}{100} = -0,28$
 de $\frac{-28}{100} = -0,28$

④ Une hausse de 10% et une hausse de 30%

④ Une hausse de 10% et une hausse de 30%

$$\begin{array}{c} V_1 \xrightarrow[10\%]{\times (1 + \frac{10}{100})} V_2 \xrightarrow[30\%]{\times (1 + \frac{30}{100})} V_3 \\ \times 1,1 \qquad \qquad \times 1,3 \\ \hline \qquad \qquad \qquad \times (1,1 \times 1,3) \\ \qquad \qquad \qquad \times 1,43 \end{array}$$

Un taux d'évolution de $\underline{43\%}$
 $1,43 - 1 = 0,43$

VARIATION_COEFF_MULT3
VARIATION_COEFF_MULT3a

2. Évolution réciproque

Définition et propriété

$$V_0 \leftrightarrow V_1$$

Soient deux quantités V_0 et V_1 .

On appelle **évolutions réciproques** les évolutions qui permettent de passer de V_0 à V_1 d'une part, et de V_1 à V_0 d'autre part.

Les coefficients multiplicateurs de deux évolutions réciproques sont inverses l'un de l'autre.

Exemple Un prix augmente de 60% $= \frac{1}{2}$
Quelle est l'évolution réciproque ?

