DS6 (REF-20) de MATHEMATIQUES (203)
2025

Exercice1(8pts)

On considère la liste des mesures suivantes correspondant à la masse en Kilogrammes mesurée sur un échantillon de 12 personnes:

$$39, 42, 95, 35, 65, 73, 67, 75, 100, 101, 105, 110$$

(a) Déterminer le premier quartile Q_1, le troisième quartile Q_3 et la médiane Q_2. (3 pts)

Solution:
On commence par ordonner la liste des 12 valeurs:
$35, 39, 42, 65, 67, 73, 75, 95, 100, 101, 105, 110.$

• $\dfrac{12}{4} = 3$. La 3^{eme} valeurs de la liste donne $Q_1 = 42$.

• $\dfrac{3}{4} \times 12 = 9$. La 9^{eme} valeurs de la liste donne $Q_3 = 100$.

• Le nombre de valeurs étant pair, la médiane est la moyenne de la 6^{eme} valeur et de la 7^{eme} valeur: $Q_2 = \dfrac{73 + 75}{2} = 74$

(b) Compléter les phrases suivantes: (5 pts)

1) 75% des valeurs sont ....(supérieures/inférieures) ou égale à 100

2) La moitié des valeurs sont supérieures ou égale à ....

3) La moitié des valeurs de la liste sont compris entre 42 et ....

4) Le quart des valeurs de la liste sont ....(supérieures/inférieures) ou égale à 42

5) ....(25% ou 50% ou 75%) des valeurs de la liste sont compris entre 35 et 42

DEBOGAGE:8

Solution:
1) 75% des valeurs sont inférieures (supérieures/inférieures) ou égale à 100

2) La moitié des valeurs sont supérieures ou égale à 73

3) La moitié des valeurs de la liste sont compris entre 42 et 100

4) Le quart des valeurs de la liste sont inférieures(supérieures/inférieures) ou égale à 42

5) 25% (25% ou 50% ou 75%) des valeurs de la liste sont compris entre 35 et 42

Exercice2(6pts)

Résoudre par le calcul les équations du second degré suivantes:

(a) $5x^2 - 64 = x^2$ (2 pts)

Solution:
$5x^2 - 64 = x^2 \Leftrightarrow 5x^2 = x^2 + 64$
$\Leftrightarrow 5x^2 - x^2 = 64$
$\Leftrightarrow 4x^2 = 64$
$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{64}{4}$
$\Leftrightarrow x^2 = 16$
D'après le cours, $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = -4$ ou $x = 4$
Les solutions de l'équation sont $x = -4$ et $x = 4$.

(b) $5(x+1)^2 = 10x + 85$ (2 pts)

Solution:
$5(x+1)^2 = 10x + 85$
$\Leftrightarrow 5(x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2) = 10x + 85$
en appliquant l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
$\Leftrightarrow 5x^2 + 10x + 5 = 10x + 85$ en développant le terme de gauche,

$\Leftrightarrow 5x^2 + 5 = 85$ en retranchant $10x$ aux deux membres de l'équation,
$\Leftrightarrow 5x^2 = 85 - 5$ en retranchant 1 aux deux membres de l'équation,
$\Leftrightarrow 5x^2 = 85 - 5$
$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{85-5}{5}$ en divisant par 5 les deux membres de l'équation,
$\Leftrightarrow x^2 = 16.$
D'après le cours,
$x^2 = 16 \Leftrightarrow x = -\sqrt{16}$ ou $x = \sqrt{16}$,
$\Leftrightarrow x = -4$ ou $x = 4$.
Les deux solutions de l'équation sont $\Leftrightarrow x = -4$ et $x = 4$.

(c) $\dfrac{3x^2 - 27}{8} = 6$ (2 pts)

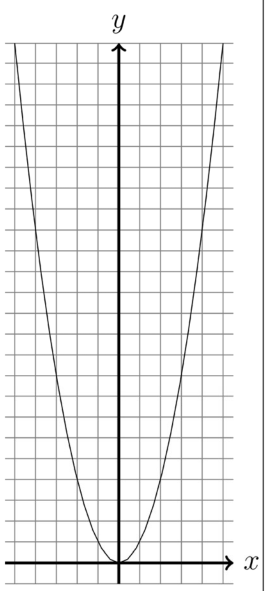
Solution:
$\dfrac{3x^2 - 27}{8} = 6$
$\Leftrightarrow 3x^2 - 27 = 8 \times 6$ en multipliant par 8 les deux membres de l'équation,
$\Leftrightarrow 3x^2 - 27 = 48$
$\Leftrightarrow 3x^2 = 75$ en ajoutant 1 au deux membres de l'équation.
$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{75}{3}$ en divisant par 3 les deux membres de l'équation.
$\Leftrightarrow x^2 = 25.$
D'après le cours, $x^2 = 25 \Leftrightarrow x = -\sqrt{25}$ ou $x = \sqrt{25}$.
$\Leftrightarrow x = -5$ ou $x = 5$.
Les deux solutions de l'équation sont $x = -5$ et $x = 5$.

Exercice3(3pts)

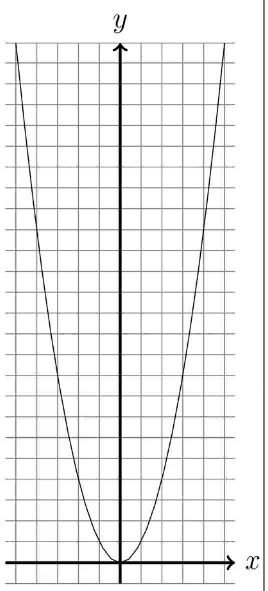
Dans cette question, vous devez répondre sur l'énoncé.
Résoudre graphiquement les inéquations du second degré suivantes. A chaque réponse, on demande de justifier en repassant en couleur la partie de la courbe concernée.

Nom et prénom: ____________________

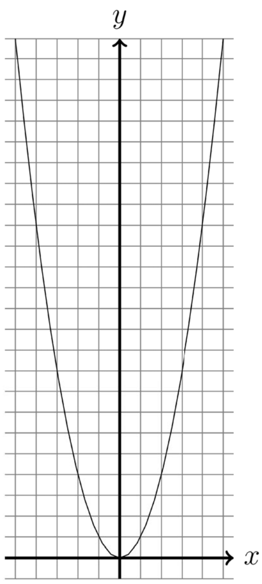
L'équation $x^2 \geqslant 16$ admet pour ensemble de solution l'intervalle
....
Colorier en rouge la partie de la courbe permettant de répondre.



L'équation $x^2 \leqslant 4$ admet pour ensemble de solution l'intervalle
....
Colorier en bleu la partie de la courbe permettant de répondre.

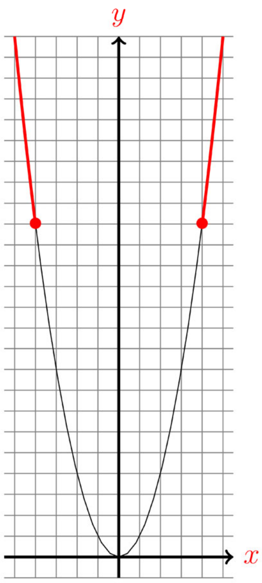


L'équation $x^2 > 16$ admet pour ensemble de solution l'intervalle
....
Colorier en rouge la partie de la courbe permettant de répondre.

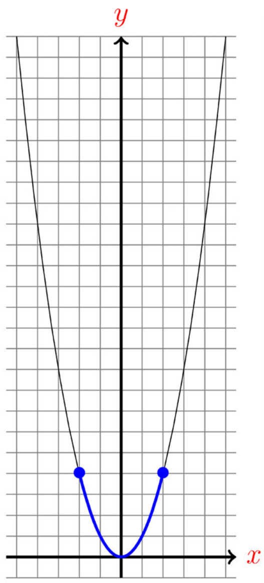


Solution:

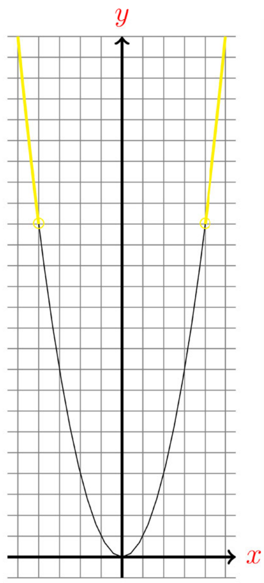
L'équation $x^2 \geqslant 16$ admet pour ensemble de solution l'intervalle $]-\infty;-4]\cup[4;+\infty[$ Colorier en rouge la partie de la courbe permettant de répondre.



L'équation $x^2 \leqslant 4$ admet pour ensemble de solution l'intervalle $[-2;2]$ Colorier en bleu la partie de la courbe permettant de répondre.



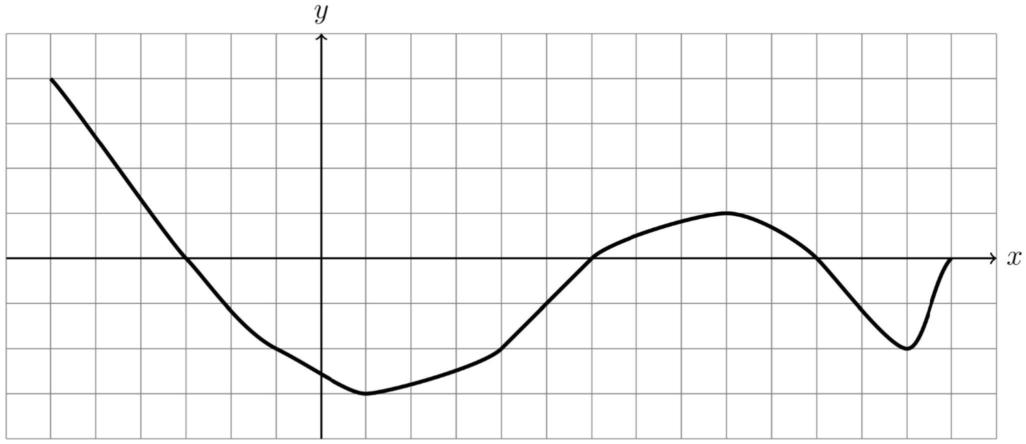
L'équation $x^2 > 16$ admet pour ensemble de solution l'intervalle $]-\infty;-4[\cup]4;+\infty[$ Colorier en jaune la partie de la courbe permettant de répondre.



Exercice4(14pts)

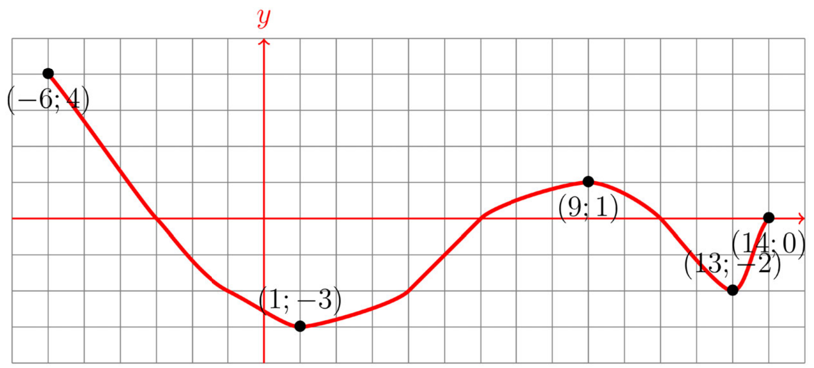
Exploiter une courbe.

Voici la courbe représentative d'une fonction f **(avec pour unité un carreau)**.



(a) Dresser le tableau de variation complet de la fonction f. (2 pts)

Solution:
• On commence par marquer les points de départ et d'arrivé de la courbe ainsi que les points où la courbe **CHANGE** de sens de variation puis on repère leurs coordonnèes.



• On en déduit le tableau de variation suivant:

x	-6		1		9		13		14
Variations de f	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

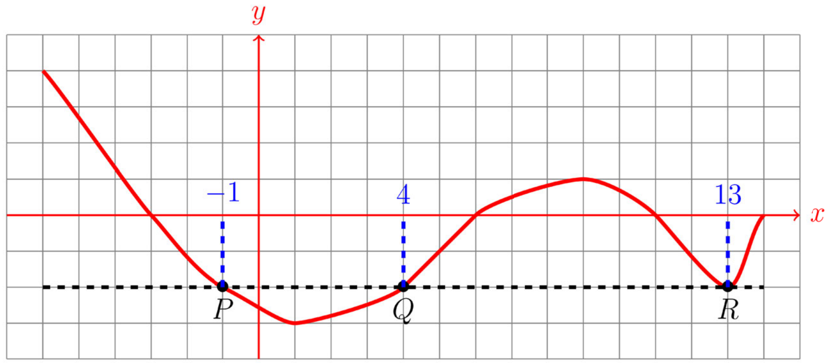
(b) Quel est le maximum et le minimum de la fonction f? (2 pts)

Solution:

D'après le tableau de variation, le maximum de f est 4 et son minimum est -3

(c) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -2$. (2 pts)
Justifier votre réponse par des traces graphiques.

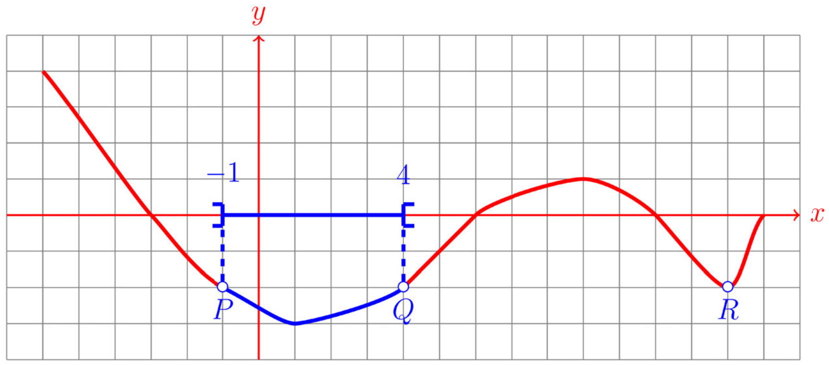
Solution:
• On cherche l'ensemble des points de la courbe tels que $f(x) = -2$: on trace la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = -2$ en NOIR.
• On repère les points de la courbe qui appartiennent à cette droite $(\mathcal{D})$: il s'agit des points P, Q et R.
• On repère les **ABSCISSES** correspondant.



L'ensemble des solutions de l'équations $f(x) = -2$ est $S = \{-1; 4; 13\}$

(d) Résoudre graphiquement L'inéquations $f(x) < -2$. (2 pts)
Justifier votre réponse par des traces graphiques.

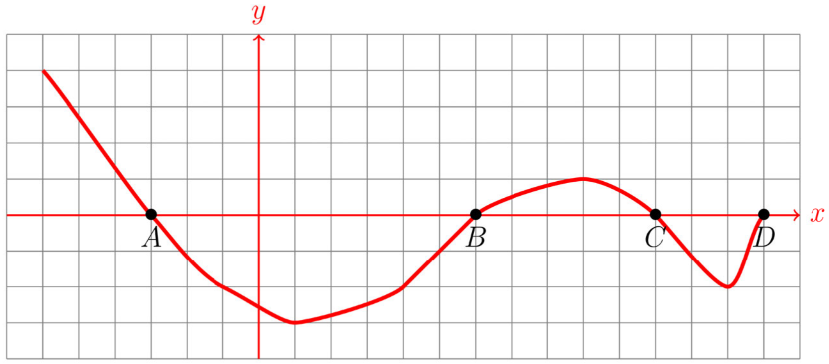
Solution:
• On commence par repérer sur le graphique en **BLEU** l'ensemble des points de la courbe satisfaisant à la condition $f(x) < -2$.
• Puis on vérifie que les points P et Q appartiennent (point PLEIN) ou pas (points VIDE) à l'ensemble $f(x) < -2$:
Ici ces points seront **VIDE** car $f(x)$ est **STRICTEMENT** inférieur à -2
(Le point R n'appartient pas à l'ensemble car $f(x) < -2$ donc $f(x) \neq -2$).
• On associe enfin l'ensemble des valeurs de x qui correspondent à cette portion de courbe (donc sur l'axe des ABSCISSES) que l'on a colorié en BLEU: c'est l'intervalle $]-1; 4[$



Conclusion:
L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < -2$
est l'intervalle ouvert $]-1;4[$

(e) Résoudre graphiquement l'équations $f(x) = 0$. (2 pts)
Justifier votre réponse par des traces graphiques.

Solution:
• On cherche l'ensemble des points de la courbe tels que $f(x) = 0$ c'est à dire ceux qui appartiennent aussi à l'axe des **ABSCISSES** : ce sont les points A, B , C et D en **NOIR** sur le dessin.
• On repère les **ABSCISSES** correspondant.

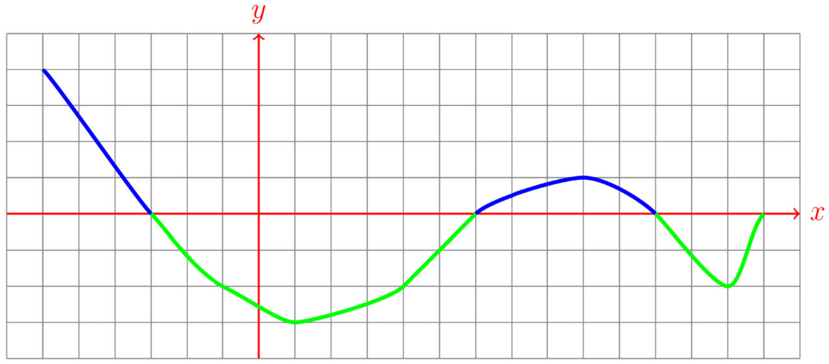


L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$
est $S = \{-3; 6; 11; 14\}$.

(f) Dresser le tableau de signes de la fonction f. (4 pts)
On ne demande pas de justifications.

Solution:
• On cherche l'ensemble des points de la courbe tels que $f(x) < 0$ (c'est la portion dessinée en **VERT**) et l'ensemble des points de la courbe tels que $f(x) > 0$ (c'est la portion dessinée en **BLEU**).

• On repère les **ABSCISSES** correspondant.



• On en déduit le tableau de signes de la fonction f:

x	-6		-3		6		11		14
Signe de f(x)		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Exercice5(4pts)

Soit f une fonction dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
Répondre aux questions posées en utilisant le tableau de variation.
On justifiera chaque réponse.

x	-10	-9	-8	-6	-2	4
Variations de f	4	6	9	6	1	3

(a) Résoudre à partir du tableau de variation l'équation $f(x) = 6$ (2 pts)

Solution:
• Sur $[-2; 4]$:
D'après le tableau de variation, le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[-2; 4]$ est $3 < 6$, donc l'équation n'admet pas de solution dans cet intervalle.
• Sur $[-10; -2]$, l'équation $f(x) = 6$ admet deux solutions $x = -9$ et $x = -6$.
Conclusion: L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 6$ est

$S = -9; -6$.

(b) Résoudre à partir du tableau de variation l'inéquation $f(x) \geqslant 6$. (2 pts)

Solution:
• Sur $[-2; 4]$:
D'après le tableau de variation, le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[-2; 4]$ est 3, donc l'inéquation $f(x) \geqslant 6$ n'admet pas de solution dans cet intervalle.
• Sur $[-10; -2]$, l'inéquation $f(x) \geqslant 6$ est vérifiée pour $x \in [-9; -6]$ (attention aux bornes).
Conclusion: L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 6$ est
$S = [-9; -6]$.

Exercice6(6pts)

Soit P la fonction définie par $P(x) = 3x^2 + 3x - 36$

(a) Montrer que $P(x) = 3(x-3)(x+4)$. (2 pts)

Solution:
On va devoir développer l'expression de P:
$P(x) = 3(x-3)(x+4) = 3(x \times x + x \times 4 - 3 \times x - 3 \times 4)$
$P(x) = 3(x^2 + 1x - 12)$
$P(x) = 3 \times x^2 + 1 \times (+1x) + 1 \times 1$
$P(x) = 3x^2 + 3x - 36$

(b) Résoudre l'équation $P(x) = 0$ (2 pts)

Solution:
D'après le cours $A \times B \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$.
$P(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x-3)(x+4) = 0$
$\Leftrightarrow x - 3 = 0$ ou $x + 4 = 0$
$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -4$
L'équation $P(x) = 0$ admet pour solutions $x = 3$ et $x = -4$

(c) Résoudre l'inéquation $P(x) < 0$ (2 pts)

Solution:
On peut commencer par dresser le tableau de signe de la fonction P qui est le produit des fonctions affines $x \mapsto x - 3$ et $x \mapsto x + 4$.

x	$-\infty$		-4		3		∞
Signe de $x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de P		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'après ce tableau de signe, $P(x) < 0$ si et seulement si $x \in]-4;3[$

Exercice7(10pts)

L'offre et la demande

Le principe de l'offre et la demande est le suivant: Si pour un produit quelconque une entreprise espère en vendre x d'unités alors,
• plus la quantité x dans la prévision de vente est grande, plus l'entreprise cherchera à fixer un prix de **vente** élevé pour maximiser ses profits (c'est l'offre). • Mais en même temps, du côté des acheteurs plus la quantité de produit x achetés sera élevée, plus ils chercheront à négocier un prix unitaire **d'achat** le plus bas possible (c'est la demande).
Le but pour l'entreprise est alors de trouver le bon prix de vente qu'on appelle le prix d'équilibre.

On considère une entreprise qui fabrique un modèle de borne de recharge pour des véhicules électriques.

• Le prix de vente $f(x)$ d'un véhicule dépend du nombre de bornes x susceptibles d'ètre vendus par mois. On appelle cette fonction la fonction d'offre.
• Le prix d'achat $g(x)$ d'une borne dépend du nombre de bornes susceptibles d'être achetés par mois. On appelle cette fonction la fonction de demande.

L'entreprise détermine que les fonctions f et g sont définies par:
$f(x) = 0.02x + 400$ et $g(x) = -0.01x + 1300$
où f et g sont exprimés en euros.

(a) A quelle famille de fonctions appartiennent f et g? (1 pts)
Que peut-on alors conclure de représentation graphique?

Solution:
D'après le cours, toute fonction s'écrivant sous la forme $x \mapsto mx + p$ est appelée fonction affine.
• La fonction f est de la forme $x \mapsto mx + p$ avec $m = 0.02$ et $p = 400$,

donc f est une fonction affine.
• La fonction g est de la forme $x \mapsto mx + p$ avec $m = -0.01$ et $p = 1300$, donc g est une fonction affine.
De plus, d'après le cours, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

(b) Quel est la variation des fonctions f et g. Justifier votre réponse. (1 pts)

Solution:
• Le coefficient directeur de la droite représentant f est égal à 0.02 donc positif: f est donc croissante.
• Le coefficient directeur de la droite représentant g est égal à -0.01 donc négatif: g est donc décroissante.

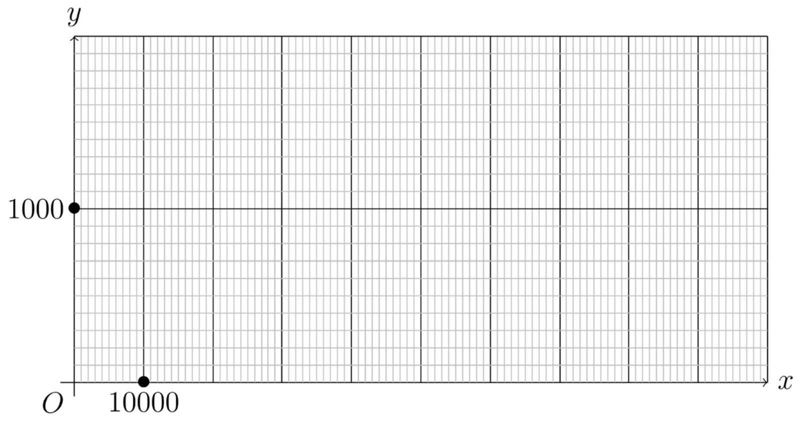
(c) Complèter le tableau de valeurs suivant: (3 pts)

x	0	50000
$f(x)$		
$g(x)$		

Solution:

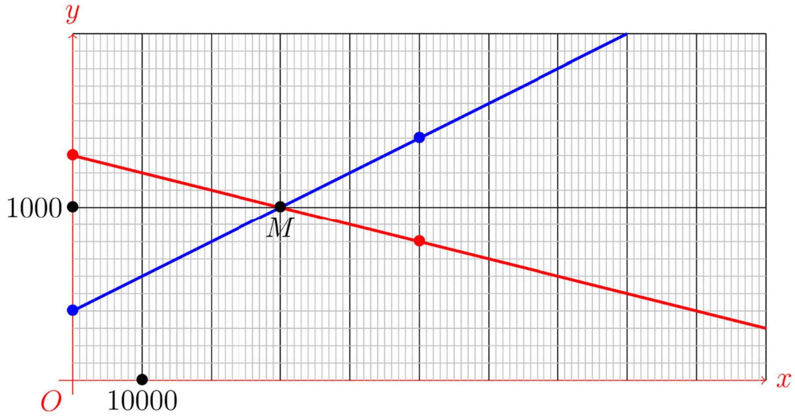
x	0	50000
$f(x)$	400	1400
$g(x)$	1300	800

(d) En utilisant les tableaux de valeurs précédent, tracer dans le repère ci-dessous les représentations graphique des fonctions f (en bleu) et g (en rouge) avec en abscisse le nombre de bornes et en ordonnée le prix de vente d'une borne. (1 pts)



Solution:
On a vu que les représentations graphique de f et g sont des droites.

• Pour la fonction f, les points (en bleu sur le graphique) de coordonnées $(0;400)$ et $(50000;1400)$ permettent de dessiner la représentation graphique de f (droite bleue).
• Pour la fonction f, les points (en rouge sur le graphique) de coordonnées $(0;1300)$ et $(50000;800)$ permettent de dessiner la représentation graphique de g (droite rouge).



(e) Le prix d'équilibre sera le prix pour lequel l'offre et la demande seront égales. Lire sur le graphique la valeur de ce prix d'équilibre. On marquera sur le graphique précédent la position du point que l'on notera M qui permet de répondre à la question. (2 pts)

Solution:
D'après le graphique, les deux droites se croisent au point M dont l'abscisse est $x = 30000$ et l'ordonnée 1000.
Le prix d'équilibre d'une borne sera donc atteint pour 30000 bornes vendues et est égal à 1000 euros.

(f) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = g(x)$ puis comparer le résultat avec la valeur lue précédemment. (2 pts)

Solution:

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0.02x + 400 = -0.01x + 1300$
$\Leftrightarrow 0.02x + 400 - (-0.01x) = 1300$ en retranchant $(-0.01x)$ aux deux membres de l'équation.
$\Leftrightarrow 0.03x = 1300 - 400$ en simplifiant puis en retranchant 400 aux deux membres de l'équation.
$\Leftrightarrow x = \dfrac{900}{0.03}$
$\Leftrightarrow x = 30000$

Le graphique confirme en effet se résultat car $f(x) = g(x)$ si et seulement si les deux droites représentant f et g se croisent au point d'abscisse x. Les deux méthodes (Méthode graphique et Méthode algébrique) confirme que celà se produit pour $x = 30000$.
On peut aussi vérifier que:
- $f(30000) = 0.02 \times 30000 + 400 = 1000$
- $g(30000) = -0.01 \times 30000 + 1300 = 1000$

Donc on a bien $f(30000) = g(30000) = 1000$ euros qui est le prix d'équilibre.

Question:	1	2	3	4	5	6	7	Total
Points:	8	6	3	14	4	6	10	51
Score:								

Fin du devoir.