Chapitre 1:
Les suites

1 Définition et représentation graphique d'une suite

Définition Suite définie par une formule explicite

Définir une suite (u_n) par une formule explicite, c'est donner l'expression de u_n en fonction de n.

<u>Exemple</u> :

$u_n = 0,5n + 3$

$u_0 = 0,5 \times 0 + 3 = 3$

$u_1 = 0,5 \times 1 + 3 = 3,5$

__Exemple__ :

$u_n = 0,5n + 3$

$u_0 = 0,5 \times 0 + 3 = 3$

$u_1 = 0,5 \times 1 + 3 = 3,5$

Définition — Suite définie par une relation de récurrence

Définir une suite par une relation de récurrence, c'est donner un (ou plusieurs) premier(s) terme(s) et une relation permettant de calculer un terme à partir d'un ou plusieurs termes précédents.

1 1 2 3 5

Définition Suite définie par une relation de récurrence

Définir une suite par une relation de récurrence, c'est donner un (ou plusieurs) premier(s) terme(s) et une relation permettant de calculer un terme à partir d'un ou plusieurs termes précédents.

Exemples :

1 $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = 2 \times u_n - 1 \end{cases}$

$u_0 \quad u_1 \quad \ldots \quad u_n \quad u_{n+1} \quad \ldots$

$u_0 = 10$

$u_1 = 2 \times u_0 - 1 = 2 \times 10 - 1 = 19$

$u_2 = 2 \times u_1 - 1 = 2 \times 19 - 1 = 37$

Exercice

1) On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{-2}{2-3n}$.

2

Calculer u_0,u_1 et u_2:

$u_0 =$ a

$u_1 =$

$u_2 =$

2) On considère la suite (v_n) définie par

$v_{n+1} = \dfrac{-2}{2-3v_n}$ et $v_0 = 3$.

Calculer v_1,v_2 et v_3:

v_1=

v_2=

v_3=

Exercice

1) On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{1}{1+n}$.

Calculer u_0,u_1 et u_2:

$u_0 =$

$u_1 =$

$u_2 =$

2) On considère la suite (v_n) définie par

$v_{n+1} = \dfrac{1}{1+v_n}$ et $v_0 = 3$.

Calculer v_1,v_2 et v_3:

v_1=

v_2=

v_3=

Les suites arithmétiques

u_0 raison

$$u(0) = 3 \xrightarrow{+5} u(1) = 8 \xrightarrow{+5} u(2) = 13 \xrightarrow{+5} u(3) = 18 \xrightarrow{+5} u(4) = 23 \xrightarrow{+5} u(5) = 28 \xrightarrow{+5} \dots$$

premier terme

a) <u>Définition par récurrence</u>

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$$

b) <u>Définition explicite</u>

a) **Définition par récurrence**

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$$

b) **Définition explicite**

rang	0	1	2	3	4
u_n	3	8	13	18	

+5 +5 +5

$u_{3} = u_0 + 3 \times r$

n n

$$\boxed{u_n = u_0 + n \times r}$$

rang	0	1	2	3	4
u_n	3	8	13	18	

+5 +5 +5

$$u_{\overset{n}{3}} = u_0 + \overset{n}{3} \times r$$

$$\boxed{u_n = u_0 + n \times r}$$

Exercice 1

Soit u la suite arithmétique de raison -8 et de premier terme $u_0 = \mathbf{2}$. Le terme de rang 19 de la suite est $u_{19} =$ ________ .

$$u_{19} = u_0 + 19 \times r$$

$$u_{19} = 2 + 19 \times (-8) = 2 + (-152) = -150$$

Exercice 1

Soit u la suite arithmétique de raison -8 et de premier terme $u_0 = 2$. Le terme de rang 19 de la suite est $u_{19} =$ -150 .

$$u_{19} = u_0 + 19 \times r$$

$$u_{19} = 2 + 19 \times (-8) = 2 + (-152) = -150$$

Exercice 2

Soit u la suite arithmétique de raison $\frac{9}{13}$ et de premier terme $u_0 = 2$. Le terme de rang 23 de la suite est $u_{23} =$ 233/13 .

$$u_{23} = u_0 + 23 \times r$$

$$u_{23} = 2 + 23 \times \frac{9}{13} = \frac{233}{13}$$

SUITEARITH1

Exercice 3

Soit u la suite arithmétique de raison 2. On donne $u_6 = 4$. Le terme de rang 11 de la suite est $u_{11} =$

$u_6 = 4$ $\qquad$ $u_{11} = 4 + 5 \times 2$

$11 - 6 = 5$

Les suites géométriques

$$u_0 = 0{,}5 \xrightarrow{\times 2} u_1 = 1 \xrightarrow{\times 2} u_2 = 2 \xrightarrow{\times 2} u_3 = 4 \xrightarrow{\times 2} u_4 = 8 \dots$$

est une suite géométrique de raison 2

et de premier terme $u_0 = 0{,}5$.

a) <u>Définition par récurrence</u>

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}5 \\ u_{n+1} = u_n \times 2 \end{cases}$$

est une suite géométrique de raison 2
et de premier terme $u_0 = 0{,}5$.

a) Définition par récurrence

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}5 \\ u_{n+1} = u_n \times 2 \end{cases}$$

b) Définition explicite

$$u_0 \xrightarrow{\times 2} u_1 \xrightarrow{\times 2} u_2 \; --- \; u_{10}$$

$$\overbrace{\times 2 \times 2 \times 2 ---- \times 2}^{10} = 2^{10}$$

$$u_{10} = u_0 \times 2^{10}$$

a) Définition par récurrence

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}5 \\ u_{n+1} = u_n \times 2 \end{cases}$$

b) Définition explicite

$$u_0 \xrightarrow{\times 2} u_1 \xrightarrow{\times 2} u_2 \ - - - \ u_{10}$$

$$\overbrace{\times 2 \times 2 \times 2 \ ---- \times 2}^{10} = 2^{10}$$

$$u_{10} = u_0 \times 2^{10}$$

$$\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$$

$$u_{n+1} = u_n \times 2$$

b) Définition explicite

$$u_0 \xrightarrow{\times 2} u_1 \xrightarrow{\times 2} u_2 \; --- \; u_{10}$$

$$\underbrace{\times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2}_{10} = 2^{10}$$

$$u_{10} = u_0 \times 2^{10}$$

$$\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$$

Exercice 1

Soit u une suite géomètrique de raison 4. On donne $u_4 = -4$.
Le terme de rang 7 de la suite est alors $u_7 =$

$$\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$$

Exercice 1

Soit u une suite géomètrique de raison 4. On donne $u_4 = -4$.
Le terme de rang 7 de la suite est alors $u_7 =$

$$u_4 = -4 \xrightarrow{\times 4} u_5 \xrightarrow{\times 4} u_6 \xrightarrow{\times 4} u_7$$

$$u_7 = \underbrace{-4}_{u_4} \times \boxed{4^3} = -256$$

Exercice 1

Soit u une suite géomètrique de raison 4. On donne $u_4 = -4$.
Le terme de rang 7 de la suite est alors $u_7 =$ ______

$$u_4 = -4 \xrightarrow{\times 4} u_5 \xrightarrow{\times 4} u_6 \xrightarrow{\times 4} u_7 = -256$$

$$u_7 = \underbrace{-4}_{u_4} \times \boxed{4^3} = -256$$

Exercice 2

Soit u une suite géomètrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = \frac{4}{3}$. On sait que le terme de rang 4 de la suite est $u_4 =$ ______ .

Exercice 2

$u_0 \underbrace{\quad}_{\times 2} \underbrace{\quad}_{\times 2} \underbrace{\quad}_{\times 2} \underbrace{\quad}_{\times 2} u_4$

Soit u une suite géomètrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = \frac{4}{3}$. On sait que le terme de rang 4 de la suite est $u_4 =$ ______ .

$u_4 = u_0 \times q^4$

$u_4 = \frac{4}{3} \times 2^4 = \frac{64}{3}$

$q = -2$

$(-2)^4$

SUITEGEO1

Règle Représentation graphique

Pour représenter graphiquement une suite dans un repère, on place les points de coordonnées $(n\,;u_n)$.

Exemple avec une suite arithmétique:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$

Représenter les 4 premiers termes

Exemple avec une suite arithmétique:

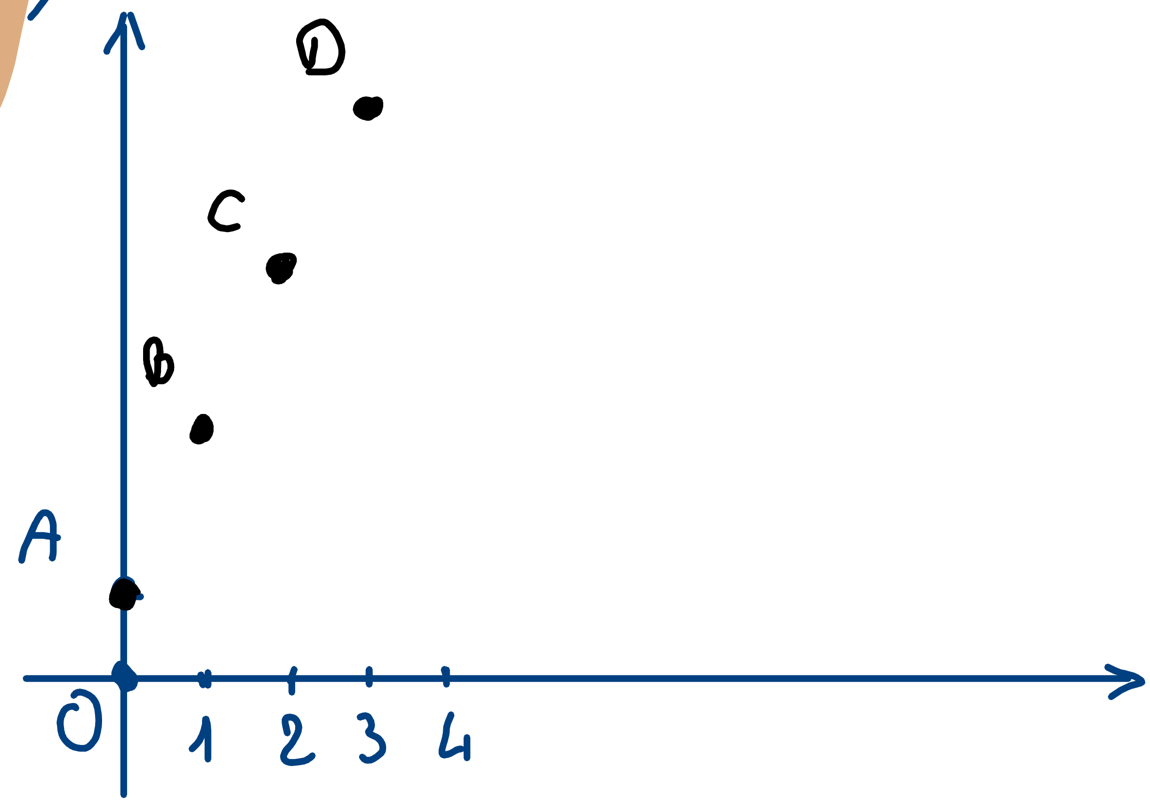
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$

Représenter les 4 premiers termes

$u_0 = 1$; $u_1 = 3$; $u_2 = 5$ et $u_3 = 7$

A $(0 ; 1)$

B $(1 ; 3)$



SUITES_ARITH_GRAPHE1
SUITES_ARITH_GRAPHE2
SUITES_ARITH_GRAPHE3

2 Limite d'une suite

(u_n) , $n \longrightarrow +\infty$

Exemples de limites

1. $\lim\limits_{n \to +\infty} 4n = +\infty$

2. $\lim\limits_{n \to +\infty} n^2 = +\infty$

SUITES_GRAPHIQUE_LIMITE_COURS

1. $$\lim_{n \to +\infty} 4n = +\infty$$

2. $$\lim_{n \to +\infty} n^2 = +\infty$$

3. $$\lim_{n \to +\infty} \frac{6}{n} = 0$$

4. $$\lim_{n \to +\infty} 3 - \frac{5}{n} = \text{“}3 - 0\text{”} = 3$$

5. $$\lim_{n \to +\infty} \underbrace{\frac{5}{n}}_{0} - n = -\infty$$

(3) $$\lim_{n \to +\infty} \frac{6}{n} = 0$$

(4) $$\lim_{n \to +\infty} 3 - \frac{5}{n} = \text{“} 3 - 0 \text{”} = 3$$

(5) $$\lim_{n \to +\infty} \underbrace{\frac{5}{n}}_{0} - n = -\infty$$

(6) $$\lim_{n \to +\infty} \frac{4 + \frac{2}{n}}{2 + \frac{3}{n}} = \text{“} \frac{4}{2} \text{”} = 2$$

$(4 + 2/n)/(2 + 3/n)$

Définition Suite ayant pour limite un nombre réel

Une suite (u_n) a pour limite un réel ℓ quand n tend vers $+\infty$, si les termes u_n deviennent tous aussi proches de ℓ que l'on veut en prenant n suffisamment grand.
On dit que (u_n) **converge vers** ℓ et on note $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \ell$.

$\lim\limits_{n \to +\infty} 2 - \frac{3}{n} = 2$ avec $u_n = 2 - \frac{3}{n}$

Celà signifie que $\left(2 - \frac{3}{n}\right)$ deviendra aussi proche de $\ell = 2$ que l'on veut en prenant n assez grand.

$\lim_{n \to +\infty} 2 - \frac{3}{n} = 2$ avec $u_n = 2 - \frac{3}{n}$

Celà signifie que $\left(2 - \frac{3}{n}\right)$ deviendra aussi proche de $\ell = 2$ que l'on veut en prenant n assez grand.

Définition Suite ayant pour limite l'infini

Une suite (u_n) a pour limite $+\infty$ (respectivement $-\infty$) quand n tend vers $+\infty$, si les termes u_n deviennent tous aussi grands (respectivement petits) que l'on veut en prenant n suffisamment grand.
On dit que (u_n) **diverge** et on note $\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ (respectivement $\lim_{n \to +\infty} u_n = -\infty$)

Définition Suite ayant pour limite l'infini

Une suite (u_n) a pour limite $+\infty$ (respectivement $-\infty$) quand n tend vers $+\infty$, si les termes u_n deviennent tous aussi grands (respectivement petits) que l'on veut en prenant n suffisamment grand.
On dit que (u_n) **diverge** et on note $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ (respectivement $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$)

Exercice: rédiger le calcul d'une limite

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} 6n^3 - \frac{5}{n^5} = \boxed{}$ Sol

3) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{48}{\frac{3}{n} - 8} = \boxed{}$ Sol

3) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2}{\sqrt{n}} - 8 = \boxed{}$ Sol

4) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{5}{n} - 9 = \boxed{}$ Sol

5) $\lim\limits_{n\to+\infty} -7n + \frac{2}{n} = \boxed{}$ Sol

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} \overbrace{6n^3}^{+\infty} - \overbrace{\frac{5}{n^5}}^{0}$

$\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$ (Suite de référence)

$\lim n^5 = +\infty$ "

Par opération sur les limites

$\lim\limits_{n\to+\infty} 6n^3 - \frac{5}{n^5} = \text{"} +\infty - 0 \text{"} = +\infty$

1) $\lim\limits_{n \to +\infty} \overbrace{6n^3}^{+\infty} - \overbrace{\frac{5}{n^5}}^{0}$

$\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$ (Suite de référence)

$\lim n^5 = +\infty$ "

Par opération sur les limites

$\lim\limits_{n \to +\infty} 6n^3 - \frac{5}{n^5} = \text{"} +\infty - 0 \text{"} = +\infty$

2) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{48}{\frac{5}{n} - 6}$

$\lim\limits_{n \to +\infty} n = +\infty$ (Suite de référence)

Par opérations sur les limites:

$\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{48}{\frac{5}{n} - 6} = \text{"} \frac{48}{0 - 6} \text{"}$

$= \frac{48}{-6} = -8$

Suites et calculatrice

Rappels: arrondis

$0{,}\underbrace{56469}5 \quad 0{,}5647\cancel{0}$

$4{,}5687 \simeq 4{,}569$ à 10^{-3} près

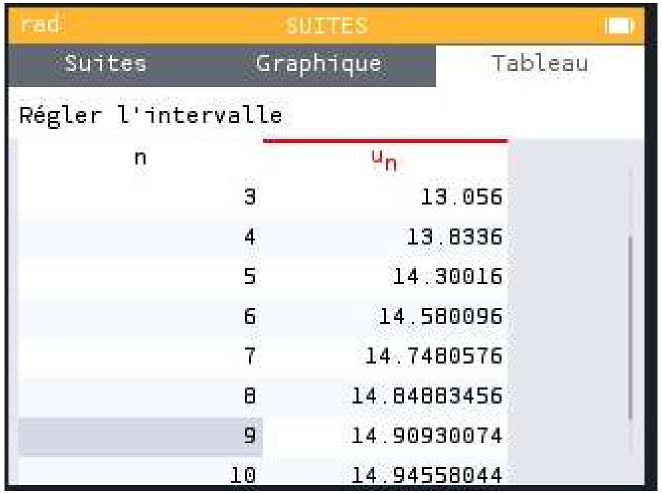
$12{,}5999 \simeq 12{,}6\cancel{00}$ à 10^{-3} près

$4{,}5555 \simeq 4{,}56$ à 10^{-2} près

Exercice: suite par récurrence

On considère la suite (v_n) définie par
$u_{n+1} = 0.6u_n + 6$ et $u_0 = 6$.

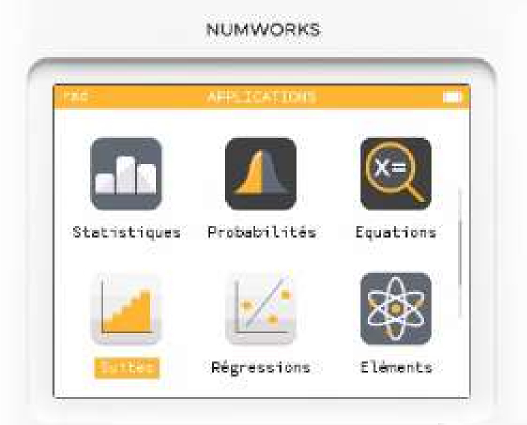
Calculer en utilisant le menu table de la calculatrice une valeur approchée à 10^{-5} près du terme u_8:
$u_8=$ 14.84883



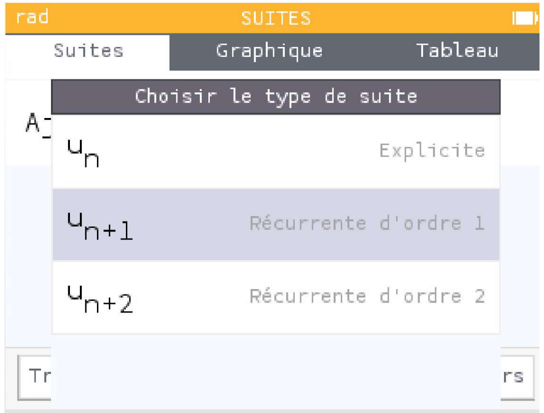
n	u_n
3	13.056
4	13.8336
5	14.30016
6	14.580096
7	14.7480576
8	14.84883456
9	14.90930074
10	14.94558044

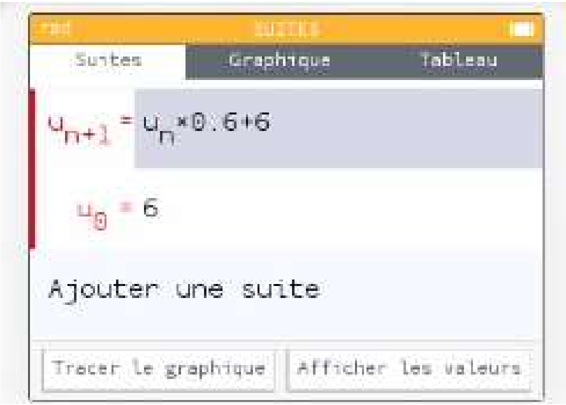
CALCUL_TERMES_SUITE_CALCULATRICE0a
CALCUL_TERMES_SUITE_CALCULATRICE0b

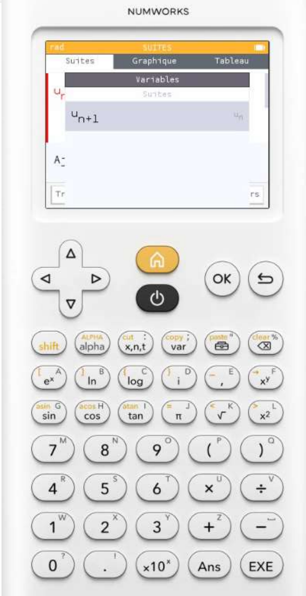
NUMWORKS

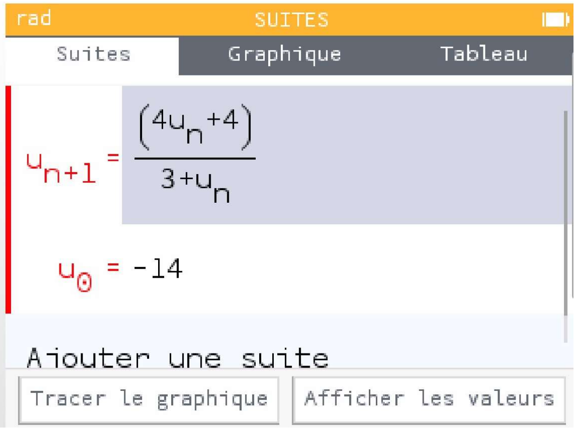

NUMWORKS
APPLICATIONS
Statistiques
Probabilités
Equations
Suites
Régressions
Eléments

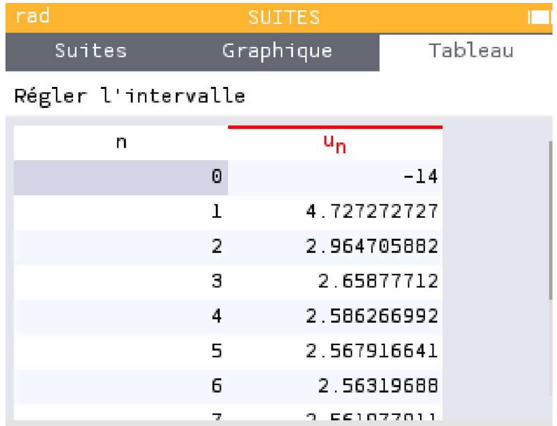

rad
SUITES
Suites
Graphique
Tableau
Ajouter une suite
Tracer le graphique
Afficher les valeurs


rad
SUITES
Suites
Graphique
Tableau
Choisir le type de suite
u_n Explicite
u_{n+1} Récurrente d'ordre 1
u_{n+2} Récurrente d'ordre 2


Suites
Graphique
Tableau
$u_{n+1} = u_n \times 0.6+6$
$u_0 = 6$
Ajouter une suite
Tracer le graphique
Afficher les valeurs


NUMWORKS


rad
SUITES
Suites
Graphique
Tableau
$u_{n+1} = \frac{(4u_n+4)}{3+u_n}$
$u_0 = -14$
Ajouter une suite
Tracer le graphique
Afficher les valeurs


rad
SUITES
Suites
Graphique
Tableau
Régler l'intervalle
n
u_n
0 -14
1 4.727272727
2 2.964705882
3 2.65877712
4 2.586266992
5 2.567916641
6 2.56319688

Exercice

On considère la suite (v_n) définie par

$v_{n+1} = \dfrac{-4v_n + 2}{-2 + v_n}$ et $v_0 = 3$.

Calculer en utilisant le menu table de la calculatrice une valeur approchée à 10^{-2} près du terme u_{35}:

u_{35}=

CALCUL_TERMES_SUITE_CALCULATRICE1a

CALCUL_TERMES_SUITE_CALCULATRICE1b

Révision fin de chapitre

1) $\lim\limits_{n \to +\infty} 6n^3 - \frac{5}{n^5} = \boxed{}$ Sol

3) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{48}{\frac{3}{n} - 8} = \boxed{}$ Sol

3) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{2}{\sqrt{n}} - 8 = \boxed{}$ Sol

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{5}{n} - 9 = \boxed{}$ Sol

5) $\lim\limits_{n \to +\infty} -7n + \frac{2}{n} = \boxed{}$ Sol

1) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{8}{\sqrt{n}} - 2 = \boxed{}$ Sol

2) $\lim\limits_{n \to +\infty} 10n - \frac{7}{n} = \boxed{}$ Sol

3) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{8 - \frac{1}{\sqrt{n}}}{n^3} = \boxed{}$ Sol

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} -8n^3 + \frac{4}{n^5} = \boxed{}$ Sol

5) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{10}{n} - 8 = \boxed{}$ Sol

LIMITES_AVEC_SUITES_REFERENCE3
LIMITES_AVEC_SUITES_REFERENCE4

1) $\lim\limits_{n \to +\infty} \underbrace{6n^3}_{+\infty} - \underbrace{\frac{5}{n^5}}_{0}$

$\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 = +\infty$ (Suite de référence)

$\lim n^5 = +\infty$ "

Par opération sur les limites

$\lim\limits_{n \to +\infty} 6n^3 - \frac{5}{n^5} = " +\infty - 0 " = +\infty$

2) $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{48}{\frac{5}{n} - 6}$

$\lim\limits_{n \to +\infty} n = +\infty$ (Suite de référence)

Par opérations sur les limites :

$\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{48}{\frac{5}{n} - 6} = " \frac{48}{0 - 6} "$

$= \frac{48}{-6} = -8$

Limites de suites géométriques

Limites de suites géométriques

<u>Exemple 1</u>

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 0{,}1 \times u_n \end{cases}$$

$u_n = 0{,}1^n$

$u_n = u_0 \times q^n$

$u_0 = 1$

$u_1 = 0{,}1$

$u_2 = 0{,}01$

$u_3 = 0{,}001$

$$\lim_{n \to +\infty} 0{,}1^n = 0$$

Exemple 1

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 0{,}1 \times u_n \end{cases}$$

$u_0 = 1$

$u_1 = 0{,}1$

$u_2 = 0{,}01$

$u_3 = 0{,}001$

$u_n = 0{,}1^n$

$u_n = u_0 \times q^n$

$$\lim_{n \to +\infty} 0{,}1^n = \boxed{0}$$

Exemple 2

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2 \times u_n \end{cases}$$

$u_0 = 1$

$u_1 = 2$

$u_2 = 4$

$u_3 = 8$

...

$$\lim_{n \to +\infty} 2^n = \boxed{+\infty}$$

Exemple 2

$u_0 = 1$

$u_1 = 2$

$u_2 = 4$

$u_3 = 8$

...

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2 \times u_n \end{cases}$$

$$u_0 \xrightarrow{\times 2} u_1 \xrightarrow{\times 2} u_2 \xrightarrow{\times 2} u_3$$

$$u_n = u_0 \times 2^n$$

$$\lim_{n \to +\infty} 2^n = \boxed{+\infty}$$

Règles

- Si $0 < q < 1$ $\quad \lim_{n \to +\infty} q^n = 0$
- Si $q > 1$ $\quad \lim_{n \to +\infty} q^n = +\infty$

Exercice

1) $\lim\limits_{n \to +\infty} 3 \times 3^n - 3 = \boxed{}$ Sol

2) $\lim\limits_{n \to +\infty} 2 \times 0.2^n + 2 = \boxed{}$ Sol

3) $\lim\limits_{n \to +\infty} -5 \times 9^n - 3 = \boxed{}$ Sol

4) $\lim\limits_{n \to +\infty} 3 \times 0.2^n = \boxed{}$ Sol

Exercice

① $\lim\limits_{n \to +\infty} 3 \times 3^n - 3 = \text{"} +\infty - 3 \text{"} = +\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 3^n = +\infty$

② $\lim\limits_{n \to +\infty} 2 - 5 \times 0{,}5^n =$

Règles

- Si $0 < q < 1$ $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$
- Si $q > 1$ $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$

IMITES1

IMITES2

Exercice

(1) $\lim\limits_{n \to +\infty} 3 \times 3^n - 3 = \text{"} +\infty - 3 \text{"} = +\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 3^n = +\infty$

(2) $\lim\limits_{n \to +\infty} 2 - 5 \times 0{,}5^n = \text{"} 2 - 0 \text{"} = 2$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}5^n = 0$

(3) $\lim\limits_{n \to +\infty} 10 - 4 \times 5^n = \text{"} 10 - (+\infty) \text{"} = -\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 5^n = +\infty$

(2) $\lim\limits_{n \to +\infty} 2 - 5 \times 0{,}5^n = "2 - 0" = 2$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}5^n = 0$

(3) $\lim\limits_{n \to +\infty} 10 - 4 \times 5^n = "10 - (+\infty)" = -\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 5^n = +\infty$

(4) $\lim\limits_{n \to +\infty} 1 - 0{,}01 \times 10^n = -\infty$

SUITES_GEO_LIMITES1

SUITES_GEO_LIMITES2