CHAPITRE 5:

EXPONENTIELLE ET LOGARITHME

Rappel sur les puissances:

Propriétés Propriétés algébriques

Soient a et b deux réels strictement positifs et x et y deux réels. Comme pour les puissances entières, on a :

- $a^0 = 1$
- $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- $(a^x)^y = a^{x \times y}$
- $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$
- $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $a^x \times b^x = (ab)^x$

Exercice 1: opérations sur les puissances

1) $\dfrac{a^{-8}a^{8}}{a^{-9}}$=a 9

2) $\dfrac{a^{-4}}{a^{7}a^{7}}$=a -18

3) $\dfrac{(a^{-3})^{5}}{a^{-7}}$=a -8

4) $\dfrac{a^{7}}{(a^{-6})^{2}}$=a 19

5) $a^{5}(a^{8})^{-8}$=a -59

6) $(a^{-2}a^{-4})^{5}$=a -30

EXPONENTIELLE_BASE_SIMPLIFIER0
EXPONENTIELLE_BASE_SIMPLIFIER1
EXPONENTIELLE_BASE_SIMPLIFIER2

Exercice 2: puissance de nombres premiers

(1)
$$\frac{8^{-3}\times 24}{54\times 4^2} = \frac{(2^3)^{-3}\times 2^3\times 3}{2\times 3^3\times (2^2)^2}$$

2^4

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$$= \frac{2^{-9}\times 2^3\times 3}{2^5\times 3^3} = \frac{2^{-6}\times 3^1}{2^5\times 3^3}$$

$$= 2^{-11}\times 3^{-2}$$

(2) $18^{-3}\times 9^2 = (2\times 3^2)^{-3}\times (3^2)^2$

18	2
9	3
3	3
1	

$$= 2^{-3}\times 3^{-6}\times 3^4$$

$$= 2^{-3}\times 3^{-2}$$

1) $\dfrac{8^{-3}\times 24}{54\times 4^2} = 2^{\square}\times 3^{\square}$

2) $18^{-3}\times 48^8 = 2^{\square}\times 3^{\square}$

3) $12^4\times 9^2 = 2^{\square}\times 3^{\square}$

PUISSANCES1a
PUISSANCES1b

1) Fonction exponentielle

Propriétés **Existence et unicité de la fonction exponentielle**

Il existe une unique fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que :

• $f(0) = 1$ et • $f' = f$

Cette fonction est appelée **fonction exponentielle**. On la note exp.

Pour tous réels a et b : $\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$.

$x^{a+b} = x^{a} \times x^{b}$

• Pour $a \in \mathbb{R}$: $\exp(-a) = \dfrac{1}{\exp(a)}$

• Pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$: $\exp(a-b) = \dfrac{\exp(a)}{\exp(b)}$

• Pour $n \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{R}$: $(\exp(a))^n = \exp(na)$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^{n}}$

$a^{n-p} = \dfrac{a^{n}}{a^{p}}$

$(a^{n})^{p} = a^{n \times p}$

Pour tous réels a et b : $\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$.

$x^{a+b} = x^{a} \times x^{b}$

- Pour $a \in \mathbb{R}$: $\exp(-a) = \dfrac{1}{\exp(a)}$
- Pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$: $\exp(a-b) = \dfrac{\exp(a)}{\exp(b)}$
- Pour $n \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{R}$: $(\exp(a))^{n} = \exp(na)$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^{n}}$

$a^{n-p} = \dfrac{a^{n}}{a^{p}}$

$(a^{n})^{p} = a^{n \times p}$

La fonction exp a le même comportement qu'une puissance

Revoir les inéquations:

Avec des entiers

1

$$7x + 2 \geq 37$$
$$\quad -2 \qquad -2$$
$$\frac{7x}{7} \geq \frac{35}{7}$$
$$x \geq 5$$
$$S = [5 ; +\infty[$$

inf

2

$$-7x + 9 \geq -12$$
$$\quad -9 \qquad -9$$
$$-7x \geq -21$$
$$\frac{-7x}{-7} \leq \frac{-21}{-7}$$
$$x \leq 3$$
$$S =]-\infty ; 3]$$

Avec des entiers

1.

$$7x + 2 \geqslant 37$$
$$-2 \qquad -2$$
$$\frac{7x}{7} \geqslant \frac{35}{7}$$
$$x \geqslant 5$$
$$S = [5 ; +\infty[$$

inf

2.

$$-7x + 9 \geqslant -12$$
$$-9 \qquad -9$$
$$-7x \geqslant -21$$
$$\frac{-7x}{-7} \leqslant \frac{-21}{-7}$$
$$x \leqslant 3$$
$$S =]-\infty ; 3]$$

3.

$$-2x - 1 < 17$$
$$+1 \qquad +1$$
$$-2x < 18$$
$$\frac{-2x}{-2} > \frac{18}{-2}$$
$$x > -9$$
$$S =]-9 ; +\infty[$$

Avec des fractions

1. $\frac{7}{2}x + 1 \geqslant \frac{37}{2}$

$\left(\frac{7}{2}x + 1 \geqslant \frac{37}{2}\right) \times 2$

$2 \times \frac{7}{2}x + 2 \times 1 \geqslant 2 \times \frac{37}{2}$

$7x + 2 \geqslant 37$

$\ -2 \qquad -2$

$\frac{7x}{7} \geqslant \frac{35}{7}$

$x \geqslant 5$

__Méthode :__

Commencer par supprimer la fraction.

INEQUATIONS1a
INEQUATIONS1b

$$2 \times \frac{7}{2}x + 2 \times 1 \geqslant 2 \times \frac{37}{2}$$

$$7x + 2 \geqslant 37$$

$$-2 \qquad -2$$

$$\frac{7x}{7} \geqslant \frac{35}{7}$$

$$x \geqslant 5$$

$$S = [5\,;+\infty[$$

Avec des fractions

2) $\frac{-11}{3}x + 3 \geqslant \frac{1}{3}x + 19$

$\left(\frac{-11}{3}x + 3 \geqslant \frac{1}{3}x + 19\right) \times 3$

$3 \times \frac{-11}{3}x + 3 \times 3 \geqslant 3 \times \frac{1}{3}x + 3 \times 19$

$-11x + 9 \geqslant x + 57$

$\quad\quad -9 \quad\quad\quad\quad -9$

INEQUATIONS_FRACTIONS1
INEQUATIONS_FRACTIONS2

1) L'inéquation $\frac{-11}{3}x + 3 \geqslant \frac{1}{3}x + 19$ admet pour ensemble de solution S= ☐ ?

2) L'inéquation $\frac{5}{6}x - 5 < \frac{-7}{6}x - 3$ admet pour ensemble de solution S= ☐ ?

2

$$\frac{-11}{3}x + 3 \geqslant \frac{1}{3}x + 19$$

$$\left(\frac{-11}{3}x + 3 \geqslant \frac{1}{3}x + 19\right) \times 3$$

$$3 \times \frac{-11}{3}x + 3 \times 3 \geqslant 3 \times \frac{1}{3}x + 3 \times 19$$

$$-11x + 9 \geqslant x + 57$$
$$\quad -9 \qquad\qquad -9$$

$$-11x \geqslant x + 48$$
$$-x \qquad -x$$

$$-12x \geqslant 48$$

$$\frac{-12x}{-12} \leqslant \frac{48}{-12}$$

$$x \leqslant -4$$

$$S =]-\infty ; -4]$$

$-11x$

$-1x$

3

$$\frac{5}{6}x - 5 < \frac{-7}{6}x - 3$$

$$\left(\frac{5}{6}x - 5 < \frac{-7}{6}x - 3\right) \times 6$$

$$6 \times \frac{5}{6}x - 6 \times 5 < 6 \times \frac{-7}{6}x - 6 \times 3$$

$$5x - 30 < -7x - 18$$

$$+30 \qquad\qquad +30$$

$$5x < -7x + 12$$

$$+7x \qquad\qquad +7x$$

$$12x < 12$$

$$\frac{12x}{12} < \frac{12}{12}$$

$$x < 1$$

$$S =]-\infty ; 1[$$

$$\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{7} < x + \frac{1}{2}\right) \times 3\times7\times2$$

$$\cancel{3}\times7\times2\times\frac{2}{\cancel{3}}x + 3\times\cancel{7}\times2\times\frac{1}{\cancel{7}} < 3\times7\times2\times x + 3\times7\times\cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{2}}$$

$$28x + 6 < 42x + 21$$

$$-6 \quad \ldots \quad -6$$

$$-42x \qquad -42x$$

La fonction exp a le même comportement qu'une puissance

$$\boxed{\exp(a) = e^a}$$

puissance de base
$e \simeq 2,7$

$a \in \underbrace{\mathbb{R}}_{\text{tous les nombres}}$

Propriétés Nouvelle écriture et propriétés algébriques

Les propriétés précédentes deviennent :

- Pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$: $\quad e^{a+b} = e^a \times e^b$
- Pour $a \in \mathbb{R}$ et $e^a \neq 0$: $\quad e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$
- Pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$: $\quad e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$
- Pour $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$: $\quad (e^a)^n = e^{na}$

Exercice

(1) $$\frac{e^8}{(e^7)^{-3}} = \frac{e^8}{e^{-21}} = e^{8-(-21)} = e^{29}$$

(2) $$(e^3 e^{-2})^2 = (e^1)^2 = e^{2}$$ (1×2)

(3) $$\frac{(e^{-4})^4}{e^8} = \frac{e^{-16}}{e^8} = e^{-16-8} = e^{-24}$$

EXPONENTIELLE_SIMPLIFIER0
EXPONENTIELLE_SIMPLIFIER1
EXPONENTIELLE_SIMPLIFIER2

Exercice

1) $\frac{e^8}{(e^7)^{-3}}$=e $\boxed{29}$

2) $(e^3e^{-2})^2$=e $\boxed{2}$

3) $\frac{e^7e^{-8}}{e^4}$=e $\boxed{}$

4) $\frac{e^4}{e^9e^5}$=e $\boxed{}$

5) $e^7(e^{-6})^{-9}$=e $\boxed{}$

6) $\frac{(e^{-4})^4}{e^8}$=e $\boxed{-24}$

Propriété : $(e^u)' = u' \times e^u$

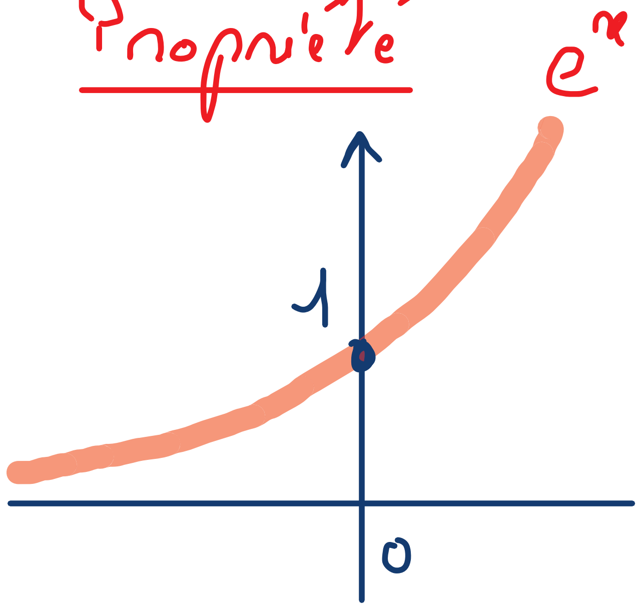
Application : $f(x) = e^{3x^2-4x+3} = e^u$

$u(x) = 3x^2-4x+3$

$u'(x) = 6x-4$

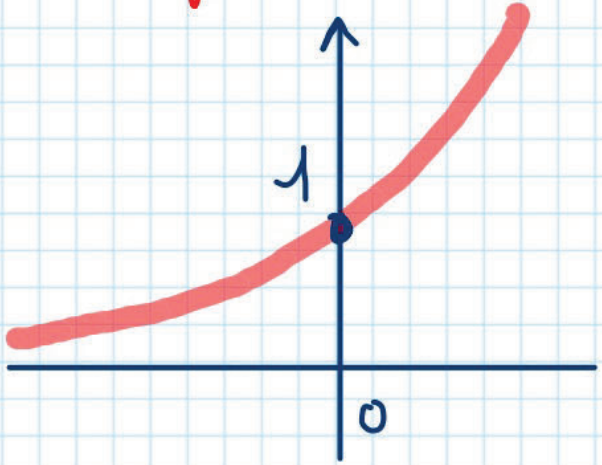
$f'(x) = (6x-4)e^{3x^2-4x+3}$

Propriété



- Pour tout réel x, $e^x > 0$
- La fonction e^x est croissante.

Propriété e^x



- Pour tout réel x, $e^x > 0$
- La fonction e^x est croissante.

Exercice : $f(x) = e^{2x^2 - 4x + 3}$

Objectif : faire le tableau de variation de f

a) On étudie le signe de $f'(x)$

$f'(x) = (e^u)'$ avec :

e^u avec
$u(x) = 2x^2 - 4x + 3$
$u'(x) = 4x - 4$

1°

Exercice : $f(x) = e^{2x^2-4x+3}$

Objectif : faire le tableau de variation de f

a) <u>On étudie le signe de $f'(x)$</u>

$f'(x) = (e^u)'$ avec : e^u avec $u(x) = 2x^2-4x+3$, $u'(x) = 4x-4$

$= u'e^u = (4x-4)\,e^{2x^2-4x+3}$ ≥ 0

Le signe de f' est donc celui de $g(x) = 4x-4$

$+ \times + \rightarrow +$

$+ \times - \rightarrow -$

$- \times + \rightarrow -$

$- \times - \rightarrow +$

a) On étudie le signe de $f'(x)$

$f'(x) = (e^u)'$ avec :

e^u avec
$u(x) = 2x^2 - 4x + 3$
$u'(x) = 4x - 4$

$= u'e^u = (4x-4)\,e^{2x^2-4x+3}$

$\geqslant 0$

$+ \times + \rightarrow +$
$+ \times - \rightarrow -$
$- \times + \rightarrow -$
$- \times - \rightarrow +$

Le signe de f' est donc celui de $g(x) = 4x - 4$

$4x - 4 \geqslant 0$
$+4 \quad\quad +4$

$\frac{4x}{4} \geqslant \frac{4}{4}$

$x \geqslant 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de f'		$-$	0	$+$	
Variation de f		$\searrow$		$\nearrow$	

Le signe de f' est donc celui de $g(x) = 4x - 4$

$4x - 4 \geq 0$

$+4 \qquad +4$

$\frac{4x}{4} \geq \frac{4}{4}$

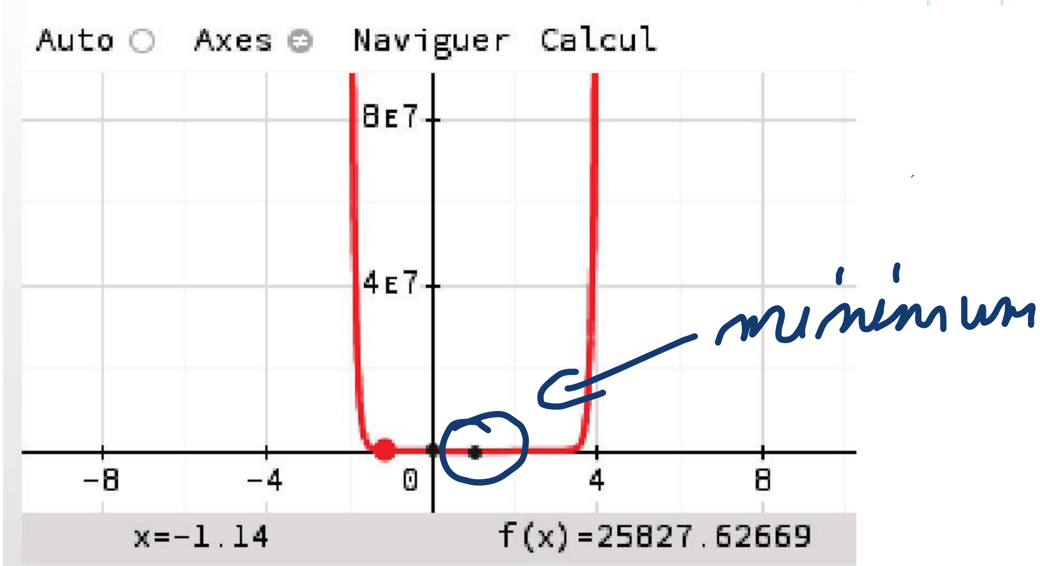
$x \geq 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de f'		$-$	0	$+$	
Variation de f	$+\infty$	$\searrow$	e^1	$\nearrow$	$+\infty$

$f(x) = e^{2x^2 - 4x + 3}$

$f(1) = e^{2 \times 1^2 - 4 \times 1 + 3}$

$= e^1$



Exercice

Soit f la fonction définie par f(x)=e^{2x^2-4x+3}.

Dresser le tableau de variation complet (∞ se notera "inf") de f après avoir complété les justifications:

x	Soι		Soι		Soι
Signe de f'		+ Soι		Soι	
Variation de f	Soι	?	Soι	?	Soι

(4x - 4)

Justifications:

f'(x)= (?x-?) Soι × e^{2x^2-4x+3}

et le minimum de la fonction est exp(?) Soι

exp(1)

VARIATION_EXP_COMPOSEE1
VARIATION_EXP_COMPOSEE2

1 Fonction logarithme népérien, fonction inverse de la fonction exponentielle

Définition Fonction logarithme népérien

$$x \underset{\ln}{\overset{\exp \text{ ou } e^x}{\rightleftarrows}} y$$

Comme x^2 et $\sqrt{x}$

$\cos$ et $\cos^{-1}$

$\sin$ et $\sin^{-1}$

Autrement dit :

$$\boxed{\begin{aligned} e^{\ln(a)} &= a \\ \ln(e^b) &= b \end{aligned}}$$

$$\sqrt{3^2} = 3$$

Autrement dit :

$$\boxed{\begin{array}{l} e^{\ln(a)} = a \\ \ln(e^b) = b \end{array}}$$

$$\sqrt{3^2} = 3$$

Exercice

Résoudre les équations suivantes

a) $\ln(3x-5) = 0$

$$e^{\ln(3x-5)} = e^0$$ (en prenant l'exponentielle des deux membres de l'équation)

Exercice

Résoudre les équations suivantes

a) $\ln(3x-5) = 0$

$e^{\ln(3x-5)} = e^{0}$ (en prenant l'exponentielle des deux membres de l'équation)

$3x - 5 = 1$

$3x = 6$

$x = 2$

$S = \{2\}$

$$3x - 5 = 1$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$S = \{2\}$$

b) $\ln(2x-3) = 1$

$$e^{\ln(2x-3)} = e^{1}$$

$$e \simeq 2{,}7$$

$$2x - 3 = e$$

$$2x = e + 3$$

$$x = \frac{e+3}{2}$$

$$S = \left\{\frac{e+3}{2}\right\}$$

Recherche des domaines de définition

Propriété : ln est définie pour les nombres strictement positifs

Exemples : $\ln(48+6x) = 0$

- $48 + 6x \geq 0$

$$-48 \qquad -48$$

$$6x \geq -48$$

$$x \geq -8$$

L'équation est définie sur $[-8 ; +\infty[$

Exemples : a) $\ln(48+6x) = 0$

- $48+6x \geq 0$

$\quad -48 \qquad -48$

$6x \geq -48$

$x \geq -8$

L'équation est définie sur $[-8 ; +\infty[$

- $\ln(48+6x) = 0$

$e^{\ln(48+6x)} = e^{0}$

$48+6x = 1$

$6x = -47$

$x = \dfrac{-47}{6}$

$S = \{-47/6\}$

L'équation est définie sur $]-8 ; +\infty[$

- $\ln(48 + 6x) = 0$

$$e^{\ln(48+6x)} = e^0$$

$$48 + 6x = 1$$

$$6x = -47$$

$$x = \frac{-47}{6}$$

$$S = \left\{-47/6\right\}$$

b) $\ln(49 - 7x) = 1$

- $49 - 7x \geq 0$

$$-7x \geq -49$$

$$\frac{-7x}{-7} \leq \frac{-49}{-7}$$

$$x \leq 7$$

L'équation est définie sur $]-\infty ; 7]$

b) $\ln(49 - 7x) = 1$

- $49 - 7x \geqslant 0$

  $-7x \geqslant -49$

  $\dfrac{-7x}{-7} \leq \dfrac{-49}{-7}$

  $x \leq 7$

  L'équation est définie sur $]-\infty ; 7[$

- $\ln(49 - 7x) = 1$

  $e^{\ln(49-7x)} = e^{1}$

  $49 - 7x = e$

  ...

  $x = \dfrac{e - 49}{-7} = \dfrac{49 - e}{7}$

Application: Résoudre une équation avec ln

Exercice

Dans chacune des inéquations suivantes, remplacer les ? (par des valeurs entières) pour obtenir l'ensemble de définition de l'inéquation puis l'ensemble des solutions de l'équation. Rappel: $ln(1) = 0$ et $ln(e) = 1$.

1) L'équation $ln\,(48 + 6x) = 0$ est définie sur l'intervalle]-?;+∞[et admet pour ensemble de solutions S= {-?/?}

2) L'équation $ln\,(49 - 7x) = 1$ est définie sur l'intervalle]-∞;?[et admet pour ensemble de solutions S= {(?-e)/?}

EQUATIONS_LOG_EXP1
EQUATIONS_LOG_EXP2

2 Propriétés algébriques de la fonction ln

Propriété Relation fonctionnelle

Pour tous réels a et b strictement positifs :

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b).$$

$e^{a+b} = e^a \times e^b$

Propriété Logarithme d'un inverse, d'un quotient

Pour tous réels a et b strictement positifs :

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a) \qquad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$

$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

Propriété Logarithme d'une puissance, d'une racine carrée

Pour tout réel a strictement positif, et pour tout entier relatif n :

$$\ln(a^n) = n\ln(a) \qquad \ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}\ln(a)$$

Exercice 1

$$\begin{array}{c|c} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$

$\ln(a^n) = n\ln(a)$

a) $-2\ln(2) + \ln(8) + 5\ln\left(\frac{1}{16}\right)$

$= -2\ln(2) + \ln(2^3) - 5\ln(16)$

$= -2\ln(2) + 3\ln(2) - 5\ln(2^4)$

$= -2\ln(2) + 3\ln(2) - 5\times 4\ln(2)$

$= -19\ln(2)$

b) $3\ln(3) + \ln(27) - 2\ln\left(\frac{1}{9}\right)$

Exercice 1

1) Exprimer en fonction de $ln(2)$:

$-2ln(2) + ln(8) + 5ln(\frac{1}{16}) =$ ☐ $ln(2)$

2) Exprimer en fonction de $ln(2)$:

$ln(4) - 5ln(\frac{1}{16}) + 2ln(2) =$ ☐ $ln(2)$

3) Exprimer en fonction de $ln(3)$:

$3ln(3) + ln(27) - 2ln(\frac{1}{9}) =$ ☐ $ln(3)$

$$= -2\ln(2) + 3\ln(2) - 5\ln(2^4)$$

$$= -2\ln(2) + 3\ln(2) - 5\times 4\ln(2)$$

$$= -19\ln(2)$$

b) $3\ln(3) + \ln(27) - 2\ln\left(\frac{1}{9}\right)$

27	3
9	3
3	3
1	

$$= 3\ln(3) + \ln(3^3) + 2\ln(9)$$

$$= 3\ln(3) + 3\ln(3) + 2\ln(3^2)$$

$\ln(a^n) = n\ln(a)$ et $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

$$= 3\ln(3) + 3\ln(3) + 2\times 2\ln(3)$$

$$= 10\ln(3)$$

b) $3\ln(3) + \ln(27) - 2\ln\left(\frac{1}{9}\right)$

$= 3\ln(3) + \ln(3^3) + 2\ln(9)$

$= 3\ln(3) + 3\ln(3) + 2\ln(3^2)$

$\ln(a^n) = n\ln(a)$ et $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$= 3\ln(3) + 3\ln(3) + 2 \times 2\ln(3)$

$= 10\ln(3)$

3 $\ln(4) - 5\ln\left(\frac{1}{16}\right) + 2\ln(2)$

$= \ln(2^2) + 5\ln(16) + 2\ln(2)$

Exercice 1

1) Exprimer en fonction de $ln(2)$:

$-2ln(2) + ln(8) + 5ln(\frac{1}{16}) =$ ______ $ln(2)$

2) Exprimer en fonction de $ln(2)$:

$ln(4) - 5ln(\frac{1}{16}) + 2ln(2) =$ ______ $ln(2)$

3) Exprimer en fonction de $ln(3)$:

$3ln(3) + ln(27) - 2ln(\frac{1}{9}) =$ ______ $ln(3)$

(3) $\ln(4) - 5\ln\left(\frac{1}{16}\right) + 2\ln(2)$

$= \ln(2^2) + 5\ln(16) + 2\ln(2)$

$= 2\ln(2) + 5\ln(2^4) + 2\ln(2)$

$= 2\ln(2) + 5\times 4\ln(2) + 2\ln(2)$

$= 24\ln(2)$

$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

$\ln\left(\frac{1}{16}\right) = -\ln(16)$

Exercice 2

Exprimer chacun des nombres suivants sous la forme $ln(a)$, avec a un réel strictement positif:

1) $ln(3) + ln(3) - ln(3) = \ln($ 3 $)$

2) $ln(4) + ln(3) - ln(6) = \ln($ $)$

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

1

$$\underbrace{\ln(3) + \ln(3)}_{\ln(3\times 3)} - \ln(3)$$

$$= \ln(9) - \ln(3)$$

$$= \ln\left(\frac{9}{3}\right)$$

$$= \ln(3)$$

2

$$\underbrace{\ln(4) + \ln(3)}_{\ln(4\times 3)} - \ln(6)$$

$$= \ln(12) - \ln(6)$$

$$= \ln\left(\frac{12}{6}\right)$$

$$= \ln(2)$$

$\ln(5)$

$\ln(625) + 3\ln\left(\frac{1}{125}\right) + 3\ln(5)$

$\ln(5^4) - 3\ln(125) + 3\ln(5)$

$4\ln(5) - 3\ln(5^3) + 3\ln(5)$

$4\ln(5) - 3\cdot 3\ln(5) + 3\ln(5)$

$-2\ln(5)$

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

3 Étude de la fonction logarithme népérien

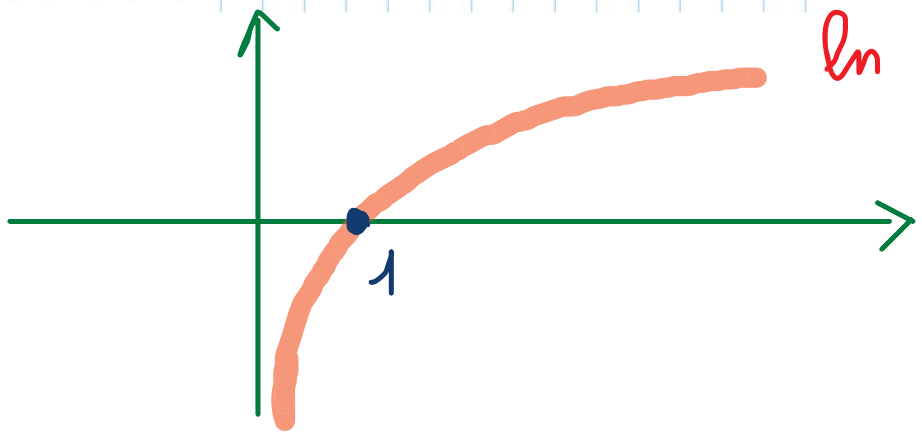
Propriété Dérivée de la fonction ln

La fonction ln est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout réel $x > 0$, $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$.

$(e^x)' = e^x$

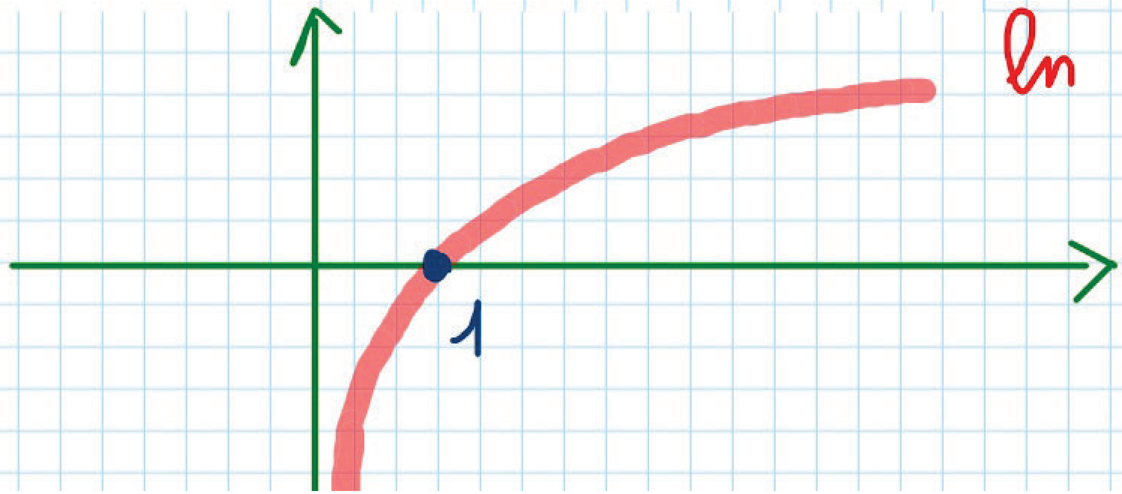
Propriété Sens de variation de la fonction ln

La fonction ln est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.



Propriété Sens de variation de la fonction ln

La fonction ln est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.



4 Fonction ln (*u*)

Propriété Dérivée de ln *u*

Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I.
La fonction $\ln u$ est alors dérivable sur I et $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$.

4 Fonction ln (u)

Propriété Dérivée de ln *u*

Soit *u* une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I.
La fonction ln *u* est alors dérivable sur I et $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$.

Exercices

a) $f(x) = \ln(\underbrace{2x^2 - 4}_{u})$

$(x^n)' = n x^{n-1}$

$u(x) = 2x^2 - 4$ $u'(x) = 4x$

$f'(x) = [\ln(u)]' = \frac{u'}{u} = \boxed{\frac{4x}{2x^2 - 4}}$

Exercices

a) $f(x) = \ln(\underbrace{2x^2 - 4}_{u})$ $(x^n)' = n x^{n-1}$

$u(x) = 2x^2 - 4$ $u'(x) = 4x$

$$f'(x) = [\ln(u)]' = \frac{u'}{u} = \boxed{\frac{4x}{2x^2 - 4}}$$

b) $g(x) = \ln(\underbrace{7x - 5}_{u})$

$u(x) = 7x - 5$

$u'(x) = 7$

$$g'(x) = [\ln(u)]' = \frac{u'}{u} = \boxed{\frac{7}{7x - 5}}$$

DERIVER_LOGARITHME1