PREPARER EVALUATION DS 0 (2) de MATHEMATIQUES (1 heure) TERM SPE2024

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: _____

Exercice1(3pts)

Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coute 45 euros.
Avec cet abonnement, le client paye 8 centimes par photo qu'il veut imprimer.
On note u_n le prix que paye le client pour l'abonnement et l'impression de n photos.

(a) Exprimer u_n en fonction de n (formule explicite). (1 pts)

Solution:
On a $u_n = 45 + 0.08n$.

(b) Combien le client paye-t-il pour imprimer 20 photos ? (1 pts)

Solution:
$u_{20} = 45 + 0.08 \times 20 = 46.6$ euros.

(c) S'il a payé 51 euros, combien de photos a-t-il imprimées ? Expliquer votre démarche. (1 pts)

Solution:
$u_n = 51$
$\Leftrightarrow 45 + 0.08n = 51$
$\Leftrightarrow 0.08n = 51 - 45$
$\Leftrightarrow 0.08n = 6$
$\Leftrightarrow n = \dfrac{6}{0.08}$
$\Leftrightarrow n = 75$

Exercice2(8pts)

Le 1er janvier 2019, On souhaite déposer 5 100 euros sur un compte en banque.
On nous offre le choix entre deux propositions que l'on souhaite comparer.

(a) **Première proposition**
On propose un compte épargne avec des intérêts à taux fixe. Chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait 387 euros sur son compte épargne.
On note u_n la somme sur le compte le 1er janvier $2019 + n$.

i. Déterminer la valeur de u_0 et u_1. (1 pts)

Solution:
$u_0 = 5100$
$u_1 = u_0 + 387 = 5100 + 387 = 5487$

ii. Déterminer la nature de la suite (u_n) puis exprimer u_n en fonction de n en justifiant. (1 pts)

Solution:
(u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5100$ et de raison $r = 387$.
D'après le cours $u_n = u_0 + n \times r$,
soit $u_n = 5100 + n \times 387$.

iii. Combien aurait-on sur son compte en banque en 2026 ? (1 pts)

Solution:
L'année $2026 = 2019 + 7$ on aura sur le compte:
$u_7 = 5100 + 7 \times 387 = 7\,809$ euros.

(b) **Deuxième proposition**
On lui propose un compte épargne avec des intérêts à taux composés.
Chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait sur son compte épargne 5% de la somme disponible sur le compte.
On note v_n la somme sur le compte le 1er janvier $2019 + n$.

i. Déterminer la valeur de v_0 et v_1. (1 pts)

Solution:
$v_0 = 5100$.
$v_1 = 5100 \times (1 + \frac{5}{100}) = 5355$

ii. Déterminer la nature de la suite (v_n) puis exprimer v_n en fonction de n en justifiant. (1 pts)

Solution:
(v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 5100$ et de raison $q = 1 + \frac{5}{100} = 1.05$
D'après le cours la formule explicite est $v_n = v_0 \times q^n$,
d'où $v_n = 5100 \times 1.05^n$

iii. Combien aurait-t-il sur son compte en banque en 2026 (arrondi en euros)? (1 pts)

Solution:
En $2026 = 2019 + 7$ on a:

$v_7 = 5100 \times 1.05^7 \approx 7176$

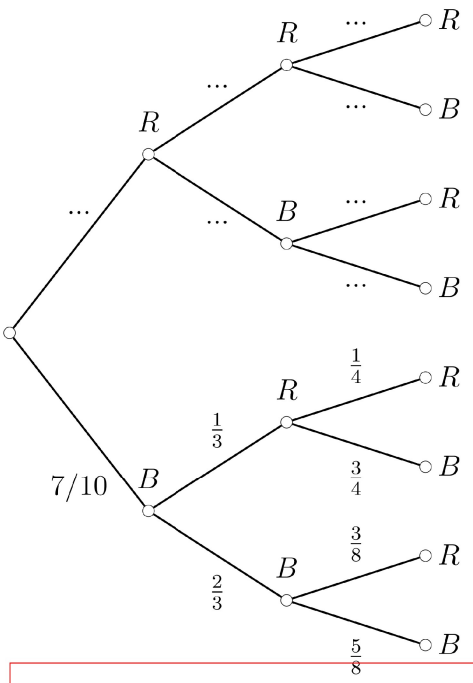
(c) À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien d'années il est plus intéressant de choisir l'offre avec des intérêts à taux composés ? (2 pts)

Solution:
Avec une table de valeurs des deux suites (u_n) et (v_n) on lit:
$u_1 \approx 5487$ et $v_1 \approx 5355$
$u_2 \approx 5874$ et $v_2 \approx 5623$
$u_3 \approx 6261$ et $v_3 \approx 5904$
$u_4 \approx 6648$ et $v_4 \approx 6199$
$u_5 \approx 7035$ et $v_5 \approx 6509$
$u_6 \approx 7422$ et $v_6 \approx 6834$
$u_7 \approx 7809$ et $v_7 \approx 7176$
$u_8 \approx 8196$ et $v_8 \approx 7535$
$u_9 \approx 8583$ et $v_9 \approx 7912$
$u_{10} \approx 8970$ et $v_{10} \approx 8307$
$u_{11} \approx 9357$ et $v_{11} \approx 8723$
$u_{12} \approx 9744$ et $v_{12} \approx 9159$
$u_{13} \approx 10131$ et $v_{13} \approx 9617$
$u_{14} \approx 10518$ et $v_{14} \approx 10098$
$u_{15} \approx 10905$ et $v_{15} \approx 10603$
$u_{16} \approx 11292$ et $v_{16} \approx 11133$
v dépasse u: $u_{17} \approx 11679$ et $v_{17} \approx 11689$
Il est donc plus intéressant de choisir l'offre avec des intérêts à taux composés
à partir de $2019 + 17$ soit 2036.

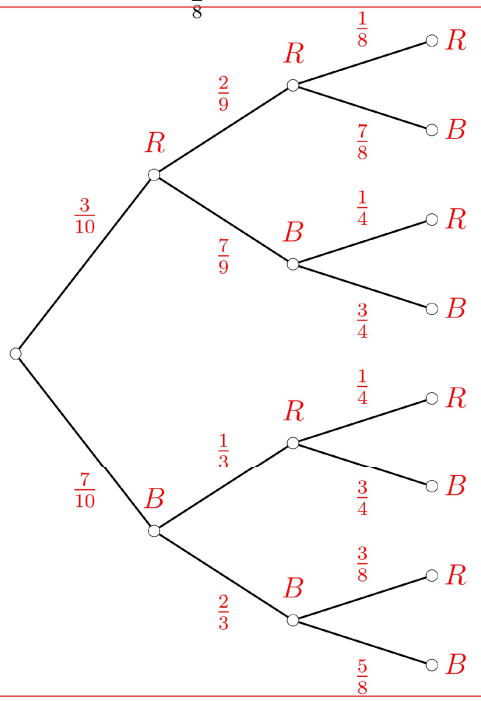
Exercice3(14pts)
TIRAGE SANS REMISE

Dans une urne, on a placé 10 boules de deux couleurs différentes:
3 boules rouges et 7 boules bleues. On tire une première boule, on note sa couleur. Sans remettre la première boule, on tire une deuxième boule et on note sa couleur. Enfin sans remettre la deuxième boule, on tire une troisième boule dont on note la couleur. On a donc tiré sans remise trois boules de l'urne.

(a) On note R l'évènement "La boule choisie est ROUGE" et B l'évènement "La boule choisie est BLEUE". Représenter la situation en complètant AU STYLO l'arbre suivant. (4 pts)



Solution:



(b) i. Expliquer pourquoi la probabilité de tirer uniquement des boules rouges est égal à $\frac{1}{120}$? (2 pts)

Solution:
$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$

ii. Calculer la probabilité de tirer exactement 2 fois une boule rouge ? (2 pts)

Solution:
On cherche à calculer $P(RRB) + P(RBR) + P(BRR)$:
$P(RRB)+P(RBR)+P(BRR) = \frac{3}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{7}{8}+\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}\times\frac{1}{4}+\frac{7}{10}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4} = \frac{7}{40}$

iii. Calculer la probabilité que le 2e tirage soit une boule bleue ? (2 pts)

Solution:
On cherche à calculer le nombre
$P(RBR) + P(RBB) + P(BBR) + P(BBB)$

$P(RBR)+P(RBB)+P(BBR)+P(BBB) = \frac{7}{120}+\frac{7}{40}+\frac{7}{40}+\frac{7}{24} = \frac{7}{10}$

iv. Calculer la probabilité que le 3e tirage soit de couleur différente du 1er ? (2 pts)

Solution:
On cherche à calculer le nombre
$P(RRB) + P(RBB)] + P(BRR) + P(BBR)$.

$P(RRB)+P(RBB)]+P(BRR)+P(BBR) = \frac{7}{120}+\frac{7}{40}+\frac{7}{120}+\frac{7}{40} = \frac{7}{15}$

v. Calculer la probabilité d'avoir au moins une boule rouge à l'issue des tirages en utilisant la formule $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$? (2 pts)

Solution:
On cherche l'évènement contraire de T="les trois boules sont bleues":
$P(\overline{T}) = 1 - P(T) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$

Exercice4(15pts)

Revoir les coefficients binomiaux.

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	3	8	14	15	40
Score:					

Fin du devoir.