

# PREPARER EVALUATION DS 0 (10) de MATHEMATIQUES (1 heure) MATH COMP2024

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: \_\_\_\_\_

## Exercice1(3pts)

Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coûte 21 euros.

Avec cet abonnement, le client paye 8 centimes par photo qu'il veut imprimer.

On note  $u_n$  le prix que paye le client pour l'abonnement et l'impression de  $n$  photos.

- (a) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  (formule explicite). (1 pts)

**Solution:**

$$\text{On a } u_n = 21 + 0.08n.$$

- (b) Combien le client paye-t-il pour imprimer 14 photos ? (1 pts)

**Solution:**

$$u_{14} = 21 + 0.08 \times 14 = 22.12 \text{ euros.}$$

- (c) S'il a payé 27 euros, combien de photos a-t-il imprimées ? Expliquer votre démarche. (1 pts)

**Solution:**

$$\begin{aligned} u_n &= 27 \\ \Leftrightarrow 21 + 0.08n &= 27 \\ \Leftrightarrow 0.08n &= 27 - 21 \\ \Leftrightarrow 0.08n &= 6 \\ \Leftrightarrow n &= \frac{6}{0.08} \\ \Leftrightarrow n &= 75 \end{aligned}$$

## Exercice2(8pts)

Le 1<sup>er</sup> janvier 2021, On souhaite déposer 5 500 euros sur un compte en banque.

On nous offre le choix entre deux propositions que l'on souhaite comparer.

- (a) **Première proposition**

On propose un compte épargne avec des intérêts à taux fixe. Chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait 320 euros sur son compte épargne.

On note  $u_n$  la somme sur le compte le 1<sup>er</sup> janvier 2021 +  $n$ .

- i. Déterminer la valeur de  $u_0$  et  $u_1$ . (1 pts)

**Solution:**

$$u_0 = 5500$$

$$u_1 = u_0 + 320 = 5500 + 320 = 5820$$

- ii. Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$  puis exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  en justifiant. (1 pts)

**Solution:**

$(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 5500$  et de raison  $r = 320$ .

D'après le cours  $u_n = u_0 + n \times r$ ,

soit  $u_n = 5500 + n \times 320$ .

- iii. Combien aurait-on sur son compte en banque en 2025 ? (1 pts)

**Solution:**

L'année 2025 = 2021 + 4 on aura sur le compte:

$$u_4 = 5500 + 4 \times 320 = 6780 \text{ euros.}$$

(b) **Deuxième proposition**

On lui propose un compte épargne avec des intérêts à taux composés. Chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait sur son compte épargne 4% de la somme disponible sur le compte.

On note  $v_n$  la somme sur le compte le 1<sup>er</sup> janvier 2021 +  $n$ .

- i. Déterminer la valeur de  $v_0$  et  $v_1$ . (1 pts)

**Solution:**

$$v_0 = 5500.$$

$$v_1 = 5500 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right) = 5720$$

- ii. Déterminer la nature de la suite  $(v_n)$  puis exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  en justifiant. (1 pts)

**Solution:**

$(v_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $v_0 = 5500$  et de raison  $q = 1 + \frac{4}{100} = 1.04$

D'après le cours la formule explicite est  $v_n = v_0 \times q^n$ ,

d'où  $v_n = 5500 \times 1.04^n$

- iii. Combien aurait-t-il sur son compte en banque en 2025 (arrondi en euros)? (1 pts)

**Solution:**

En 2025 = 2021 + 4 on a:

$$v_4 = 5500 \times 1.04^4 \approx 6434$$

- (c) À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien d'années il est plus intéressant de choisir l'offre avec des intérêts à taux composés ? (2 pts)

**Solution:**

Avec une table de valeurs des deux suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  on lit:

$$u_1 \approx 5820 \text{ et } v_1 \approx 5720$$

$$u_2 \approx 6140 \text{ et } v_2 \approx 5949$$

$$u_3 \approx 6460 \text{ et } v_3 \approx 6187$$

$$u_4 \approx 6780 \text{ et } v_4 \approx 6434$$

$$u_5 \approx 7100 \text{ et } v_5 \approx 6692$$

$$u_6 \approx 7420 \text{ et } v_6 \approx 6959$$

$$u_7 \approx 7740 \text{ et } v_7 \approx 7238$$

$$u_8 \approx 8060 \text{ et } v_8 \approx 7527$$

$$u_9 \approx 8380 \text{ et } v_9 \approx 7828$$

$$u_{10} \approx 8700 \text{ et } v_{10} \approx 8141$$

$$u_{11} \approx 9020 \text{ et } v_{11} \approx 8467$$

$$u_{12} \approx 9340 \text{ et } v_{12} \approx 8806$$

$$u_{13} \approx 9660 \text{ et } v_{13} \approx 9158$$

$$u_{14} \approx 9980 \text{ et } v_{14} \approx 9524$$

$$u_{15} \approx 10300 \text{ et } v_{15} \approx 9905$$

$$u_{16} \approx 10620 \text{ et } v_{16} \approx 10301$$

$$u_{17} \approx 10940 \text{ et } v_{17} \approx 10713$$

$$u_{18} \approx 11260 \text{ et } v_{18} \approx 11142$$

$$\mathbf{v \text{ dépasse } u: } u_{19} \approx 11580 \text{ et } v_{19} \approx 11588$$

Il est donc plus intéressant de choisir l'offre avec des intérêts à taux composés à partir de  $2021 + 19$  soit 2040.

**Exercice3(14pts)**

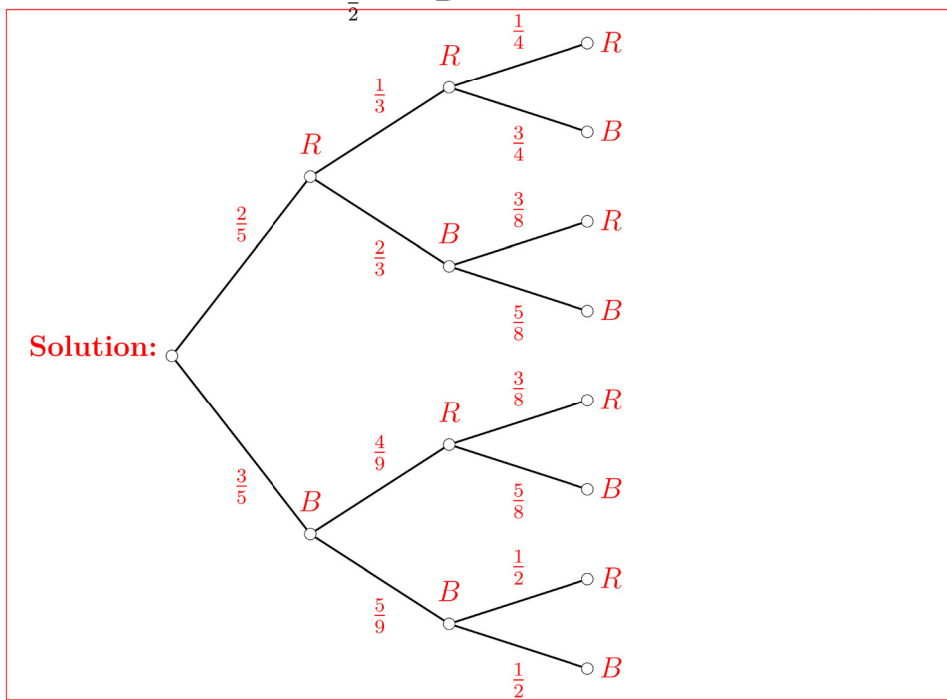
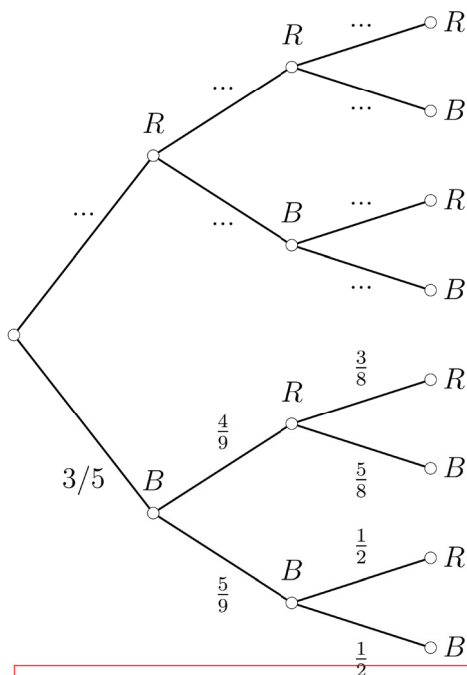
**TIRAGE SANS REMISE**

Dans une urne, on a placé 10 boules de deux couleurs différentes: 4 boules rouges et 6 boules bleues. On tire une première boule, on note sa couleur. Sans remettre la première boule, on tire une deuxième boule et on note sa couleur. Enfin sans remettre la deuxième boule, on tire une troisième boule dont on note la couleur. On a donc tiré sans remise trois boules de l'urne.

- (a) On note  $R$  l'évènement "La boule choisie est ROUGE" (4 pts)  
et  $B$  l'évènement "La boule choisie est BLEUE".

Nom et prénom: \_\_\_\_\_

Représenter la situation en complétant AU STYLO l'arbre suivant.



- (b) i. Expliquer pourquoi la probabilité de tirer uniquement des boules rouges est égal à  $\frac{1}{30}$  ? (2 pts)

**Solution:**

Nom et prénom: \_\_\_\_\_

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{30}$$

- ii. Calculer la probabilité de tirer exactement 2 fois une boule rouge ? (2 pts)

**Solution:**

On cherche à calculer  $P(RRB) + P(RBR) + P(BRR)$ :

$$P(RRB) + P(RBR) + P(BRR) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{10}$$

- iii. Calculer la probabilité que le 2e tirage soit une boule bleue ? (2 pts)

**Solution:**

On cherche à calculer le nombre

$$P(RBR) + P(RBB) + P(BBR) + P(BBB)$$

$$P(RBR) + P(RBB) + P(BBR) + P(BBB) = \frac{1}{10} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{5}$$

- iv. Calculer la probabilité que le 3e tirage soit de couleur différente du 1er ? (2 pts)

**Solution:**

On cherche à calculer le nombre

$$P(RRB) + P(RBB) + P(BRR) + P(BBR).$$

$$P(RRB) + P(RBB) + P(BRR) + P(BBR) = \frac{1}{10} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{8}{15}$$

- v. Calculer la probabilité d'avoir au moins une boule rouge à l'issue des tirages en utilisant la formule  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ? (2 pts)

**Solution:**

On cherche l'évènement contraire de T="les trois boules sont bleues":

$$P(\bar{T}) = 1 - P(T) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

#### Exercice4(15pts)

EXOID19 et EXOID33 à EXOID37. (6 exercices).

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	3	8	14	15	40
Score:					