

**PREPARER EVALUATION DS 0 (11) de
MATHEMATIQUES (1 heure) MATH COMP2024**

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: _____

Exercice1(3pts)

Une entreprise d'impression de photos propose un abonnement annuel à ses clients qui coûte 18 euros.

Avec cet abonnement, le client paye 7 centimes par photo qu'il veut imprimer.

On note u_n le prix que paye le client pour l'abonnement et l'impression de n photos.

- (a) Exprimer u_n en fonction de n (formule explicite). (1 pts)

Solution:

$$\text{On a } u_n = 18 + 0.07n.$$

- (b) Combien le client paye-t-il pour imprimer 13 photos ? (1 pts)

Solution:

$$u_{13} = 18 + 0.07 \times 13 = 18.91 \text{ euros.}$$

- (c) S'il a payé 24.16 euros, combien de photos a-t-il imprimées ? Expliquer votre démarche. (1 pts)

Solution:

$$\begin{aligned} u_n &= 24.16 \\ \Leftrightarrow 18 + 0.07n &= 24.16 \\ \Leftrightarrow 0.07n &= 24.16 - 18 \\ \Leftrightarrow 0.07n &= 6.16 \\ \Leftrightarrow n &= \frac{6.16}{0.07} \\ \Leftrightarrow n &= 88 \end{aligned}$$

Exercice2(8pts)

Le 1^{er} janvier 2020, On souhaite déposer 3 100 euros sur un compte en banque.

On nous offre le choix entre deux propositions que l'on souhaite comparer.

- (a) **Première proposition**

On propose un compte épargne avec des intérêts à taux fixe. Chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait 200 euros sur son compte épargne.

On note u_n la somme sur le compte le 1^{er} janvier 2020 + n .

- i. Déterminer la valeur de u_0 et u_1 . (1 pts)

Solution:

$$u_0 = 3100$$

$$u_1 = u_0 + 200 = 3100 + 200 = 3300$$

- ii. Déterminer la nature de la suite (u_n) puis exprimer u_n en fonction de n en justifiant. (1 pts)

Solution:

(u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3100$ et de raison $r = 200$.

D'après le cours $u_n = u_0 + n \times r$,

soit $u_n = 3100 + n \times 200$.

- iii. Combien aurait-on sur son compte en banque en 2026 ? (1 pts)

Solution:

L'année 2026 = 2020 + 6 on aura sur le compte:

$$u_6 = 3100 + 6 \times 200 = 4300 \text{ euros.}$$

(b) **Deuxième proposition**

On lui propose un compte épargne avec des intérêts à taux composés.

Chaque année, le 31 décembre, la banque lui verserait sur son compte épargne 5% de la somme disponible sur le compte.

On note v_n la somme sur le compte le 1^{er} janvier 2020 + n .

- i. Déterminer la valeur de v_0 et v_1 . (1 pts)

Solution:

$$v_0 = 3100.$$

$$v_1 = 3100 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 3255$$

- ii. Déterminer la nature de la suite (v_n) puis exprimer v_n en fonction de n en justifiant. (1 pts)

Solution:

(v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 3100$ et de raison $q = 1 + \frac{5}{100} = 1.05$

D'après le cours la formule explicite est $v_n = v_0 \times q^n$,

d'où $v_n = 3100 \times 1.05^n$

- iii. Combien aurait-t-il sur son compte en banque en 2026 (arrondi en euros)? (1 pts)

Solution:

En 2026 = 2020 + 6 on a:

Nom et prénom: _____

$$v_6 = 3100 \times 1.05^6 \approx 4154$$

- (c) À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien d'années il est plus intéressant de choisir l'offre avec des intérêts à taux composés ? (2 pts)

Solution:

Avec une table de valeurs des deux suites (u_n) et (v_n) on lit:

$$u_1 \approx 3300 \text{ et } v_1 \approx 3255$$

$$u_2 \approx 3500 \text{ et } v_2 \approx 3418$$

$$u_3 \approx 3700 \text{ et } v_3 \approx 3589$$

$$u_4 \approx 3900 \text{ et } v_4 \approx 3768$$

$$u_5 \approx 4100 \text{ et } v_5 \approx 3956$$

$$u_6 \approx 4300 \text{ et } v_6 \approx 4154$$

$$u_7 \approx 4500 \text{ et } v_7 \approx 4362$$

$$u_8 \approx 4700 \text{ et } v_8 \approx 4580$$

$$u_9 \approx 4900 \text{ et } v_9 \approx 4809$$

$$u_{10} \approx 5100 \text{ et } v_{10} \approx 5050$$

$$\mathbf{v \text{ dépasse u: } } u_{11} \approx 5300 \text{ et } v_{11} \approx 5302$$

Il est donc plus intéressant de choisir l'offre avec des intérêts à taux composés

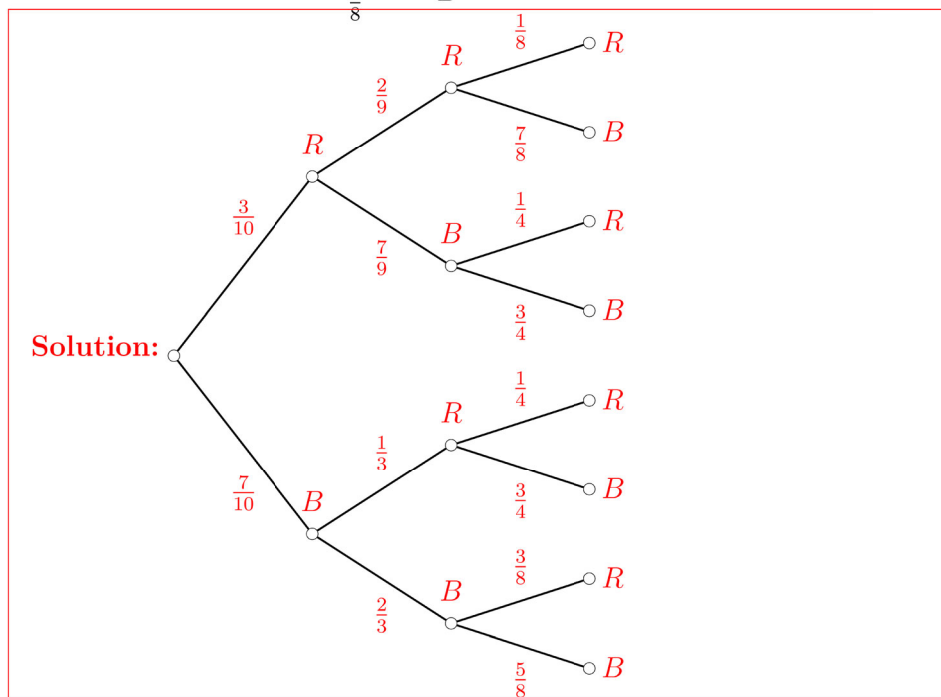
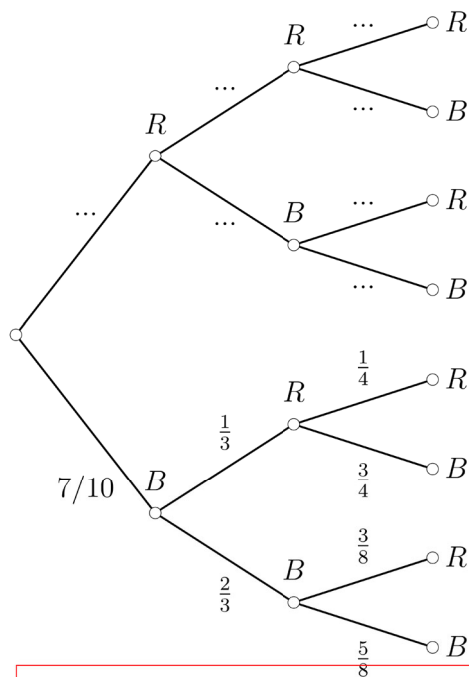
à partir de $2020 + 11$ soit 2031.

Exercice3(14pts)

TIRAGE SANS REMISE

Dans une urne, on a placé 10 boules de deux couleurs différentes: 3 boules rouges et 7 boules bleues. On tire une première boule, on note sa couleur. Sans remettre la première boule, on tire une deuxième boule et on note sa couleur. Enfin sans remettre la deuxième boule, on tire une troisième boule dont on note la couleur. On a donc tiré sans remise trois boules de l'urne.

- (a) On note R l'évènement "La boule choisie est ROUGE" et B l'évènement "La boule choisie est BLEUE". (4 pts)
Représenter la situation en complétant AU STYLO l'arbre suivant.



- (b) i. Expliquer pourquoi la probabilité de tirer uniquement des boules rouges est égal à $\frac{1}{120}$? (2 pts)

Solution:

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$$

- ii. Calculer la probabilité de tirer exactement 2 fois une boule rouge ? (2 pts)

Nom et prénom: _____

Solution:

On cherche à calculer $P(RRB) + P(RBR) + P(BRR)$:

$$P(RRB) + P(RBR) + P(BRR) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{7}{8} + \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{1}{4} + \frac{7}{10} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{40}$$

- iii. Calculer la probabilité que le 2e tirage soit une boule bleue ? (2 pts)

Solution:

On cherche à calculer le nombre

$$P(RBR) + P(RBB) + P(BBR) + P(BBB)$$

$$P(RBR) + P(RBB) + P(BBR) + P(BBB) = \frac{7}{120} + \frac{7}{40} + \frac{7}{40} + \frac{7}{24} = \frac{7}{15}$$

- iv. Calculer la probabilité que le 3e tirage soit de couleur différente du 1er ? (2 pts)

Solution:

On cherche à calculer le nombre

$$P(RRB) + P(RBB) + P(BRR) + P(BBR).$$

$$P(RRB) + P(RBB) + P(BRR) + P(BBR) = \frac{7}{120} + \frac{7}{40} + \frac{7}{120} + \frac{7}{40} = \frac{7}{15}$$

- v. Calculer la probabilité d'avoir au moins une boule rouge à l'issue des tirages en utilisant la formule $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$? (2 pts)

Solution:

On cherche l'évènement contraire de T="les trois boules sont bleues":

$$P(\bar{T}) = 1 - P(T) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

Exercice4(15pts)

EXOID19 et EXOID33 à EXOID37. (6 exercices).

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	3	8	14	15	40
Score:					