

PREPARER EVALUATION DS 0 (2) de MATHEMATIQUES (1 heure) MATH COMP2024

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: _____

Exercice1(10pts)

PARTIE 1

Lors d'une épidémie bovine on met au point un test permettant de détecter la maladie. Dans un échantillon de vaches testées, on prélève un animal au hasard et on obtient les résultats suivants :

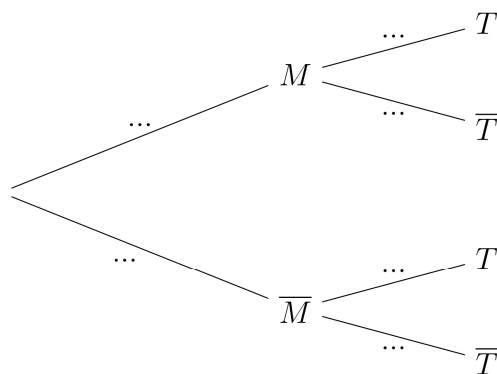
- La probabilité qu'une vache soit malade est de 0,17.
- Si la vache est malade, alors la probabilité que le test soit positif est de 0,84.
- Si la vache est saine, alors la probabilité que le test soit négatif est de 0,88.

On note M l'évènement : la vache choisie est malade;

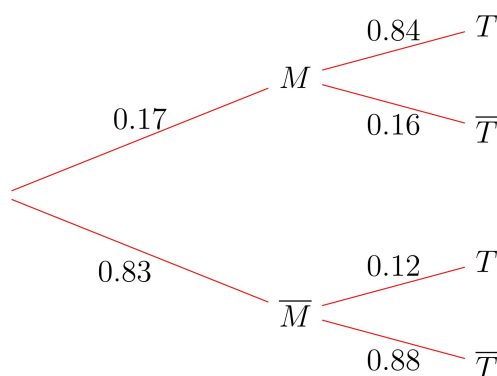
On note T l'évènement : la vache choisie est testée positive

(a) i. Reproduire l'arbre pondéré ci-dessous et le compléter

(2 pts)



Solution:



- (b) Calculer la probabilité $P(M \cap T)$. Interpréter le résultat. (1 pts)

Solution:

$$P(M \cap T) = 0.17 \times 0.84 = 0.1428.$$

C'est la probabilité qu'une vache soit malade et testée positive.

- (c) Calculer $P(T)$. Interpréter le résultat. (1 pts)

Solution:

$$P(T) = P(T \cap M) + P(T \cap \bar{M})$$

$$= 0.17 \times 0.84 + 0.83 \times 0.12$$

$$= 0.1428 + 0.0996$$

$$= 0.2424$$

C'est la probabilité qu'une vache prélevée au hasard soit testée positive.

- (d) Calculer $P_T(M)$, la probabilité qu'une vache soit malade sachant qu'elle a été testée positive. On arrondira le résultat au millième. (1 pts)

Solution:

$$P_T(M) = \frac{P(T \cap M)}{P(T)}$$

$$= \frac{0.1428}{0.2424}$$

$$\approx 0.589$$

PARTIE 2

On propose de vendre le nouveau test à des agriculteurs.

On estime que la probabilité qu'un agriculteur achète ce produit est de 0.7.

On considère un échantillon aléatoire de $n = 12$ agriculteurs, et on note X la variable aléatoire qui compte le nombre d'agriculteurs qui achètent ce test.

- (a) i. On admet que X suit une loi binomiale, donner ses paramètres. (1 pts)

Solution: Justification(non demandée) : On a en effet une succession de n épreuves de Bernouilli de paramètre $p = 0.7$.

X suit une loi Binomiale de paramètre $n = 12$ et $p = 0.7$.

- (b) i. Déterminer $P(X = 11)$. Arrondir à 10^{-5} près. (1 pts)

Solution:

$$\begin{aligned}
 p(X = 11) &= \binom{12}{11} \times 0.7^{11} \times (1 - 0.7)^{12-11} \\
 &= 12 \times 0.7^{11} \times 0.3^1 \\
 &\approx 0.07118
 \end{aligned}$$

C'est la probabilité qu'exactement 11 des 12 agriculteurs achètent le test.

- ii. Déterminer $P(X \leq 7)$. Interpréter le résultat (1 pts)
Arrondir à 10^{-5} près.

Solution:

On utilise la fonction "BinomFrep" de la calculatrice:

$$P(X \leq 7) = \text{BinomFrep}(12, 0.7, 7) \approx 0.27634$$

C'est la probabilité d'avoir entre 0 et 7 agriculteurs qui achètent ce test.

- iii. Donner l'espérance de X , $E(X)$ et l'écart type de X , $\sigma(X)$ (arrondi au millième). (1 pts)

Solution:

$$E(X) = np = 12 \times 0.7 = 8.4$$

$$\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{12 \times 0.7 \times (1-0.7)} = \sqrt{2.52} \approx 1.587$$

- (c) On considère que la vente de ce produit ne se fera que s'il y a au moins 6 agriculteurs qui achètent le produit. (1 pts)
Calculer la probabilité que la vente du produit se fasse.
Arrondir à 10^{-5} près.

Solution:

$$P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$$

$$P(X \geq 6) = 1 - \text{BinomFrep}(12, 0.7, 5)$$

$$P(X \geq 6) \approx 0.9614$$

Exercice2(15pts)

Exercices en ligne à faire.

Nom et prénom: _____

Question:	1	2	Total
Points:	10	15	25
Score:			