PREPARER EVALUATION DS 4 (2) de MATHEMATIQUES (1 heure) MATH COMP2024

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: ____

Exercice1(2pts)

Niveau premiere

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = (4x-3)e^{5x-4}$$

Calculer la dérivée de f puis en déduire le tableau de variation de la fonction f.

Solution:
La dérivée du produit de deux fonctions u et v est $(uv)' = u'v + uv'$.
De plus, d'après le cours, $(e^w)' = w'e^w$.
On en déduit que:
$((4x-3)e^{5x-4})' = 4 \times e^{5x-4} + (4x-3) \times 5e^{5x-4}$
$f'(x) = e^{5x-4} \times (20x-11)$ en factorisant par e^{5x-4}
Comme la fonction exponentielle est strictement positive, le signe de f' ne dépend que du signe de la fonction affine $g(x) = 20x - 11$.
$g(x) > 0 \Leftrightarrow 20x - 11 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{11}{20}$.
On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$		$\frac{11}{20}$		$+\infty$
Signe de f'(x)		$-$	0	$+$	
Variations de f		$\searrow$		$\nearrow$	

Exercice2(4pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ln(2x^2 + x + 2)$.

(a) Calculer l'expression de la dérivée f' de f. (2 pts)

Solution:
D'après le cours, f étant de la forme "$ln(u)$",

On a $f'(x) = [ln(u)]'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$,
avec $u(x) = 2x^2 + x + 2 \Rightarrow u'(x) = 4x + 1$ d'où $f'(x) = \dfrac{4x+1}{2x^2+x+2}$

(b) Dresser le tableau de variation de f. (2 pts)

Solution:
Déterminons le signe de $f'(x) = \dfrac{4x+1}{2x^2+x+2}$.
La fonction $u : x \mapsto 2x^2 + x + 2$ est strictement positive d'après la question a) donc le signe de f est celui de $4x + 1$.
$4x + 1 > 0 \Leftrightarrow 4x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{4}$.
On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
Signe de f'(x)		$-$	0	$+$	
Variations de f		$\searrow$		$\nearrow$	

Exercice3(4pts)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ln(x^2 + x + 1)$.

(a) Calculer l'expression de la dérivée f' de f. (2 pts)

Solution:
D'après le cours, f étant de la forme "$ln(u)$",
On a $f'(x) = [ln(u)]'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$,
avec $u(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow u'(x) = 2x + 1$ d'où $f'(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

(b) Dresser le tableau de variation de f. (2 pts)

Solution:
Déterminons le signe de $f'(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$.
La fonction $u : x \mapsto x^2+x+1$ est strictement positive d'après la question a) donc le signe de f est celui de $2x + 1$.

Nom et prénom: ____________________

$2x + 1 > 0 \Leftrightarrow 2x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$.
On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de f'(x)		$-$	0	$+$	
Variations de f		$\searrow$		$\nearrow$	

Question:	1	2	3	Total
Points:	2	4	4	10
Score:				