

**PREPARER EVALUATION DS 4 (2) de
MATHEMATIQUES (1 heure) MATH COMP2024**

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: _____

Exercice1(2pts)

Niveau premiere

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = (4x - 3)e^{5x-4}$$

Calculer la dérivée de f puis en déduire le tableau de variation de la fonction f .

Solution:

La dérivée du produit de deux fonctions u et v est $(uv)' = u'v + uv'$.

De plus, d'après le cours, $(e^w)' = w'e^w$.

On en déduit que:

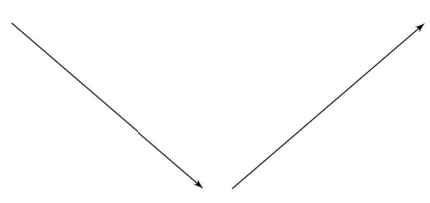
$$((4x - 3)e^{5x-4})' = 4 \times e^{5x-4} + (4x - 3) \times 5e^{5x-4}$$

$$f'(x) = e^{5x-4} \times (20x - 11) \text{ en factorisant par } e^{5x-4}$$

Comme la fonction exponentielle est strictement positive, le signe de f' ne dépend que du signe de la fonction affine $g(x) = 20x - 11$.

$$g(x) > 0 \Leftrightarrow 20x - 11 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{11}{20}.$$

On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$	$\frac{11}{20}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		-	+
Variations de f			

Exercice2(4pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \ln(2x^2 + x + 2)$.

(a) Calculer l'expression de la dérivée f' de f .

(2 pts)

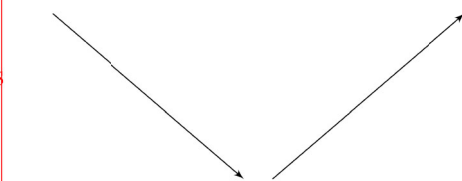
Solution:

D'après le cours, f étant de la forme " $\ln(u)$ ",

On a $f'(x) = [\ln(u)]'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$,
 avec $u(x) = 2x^2 + x + 2 \Rightarrow u'(x) = 4x + 1$ d'où $f'(x) = \frac{4x + 1}{2x^2 + x + 2}$

(b) Dresser le tableau de variation de f. (2 pts)

Solution:
 Déterminons le signe de $f'(x) = \frac{4x + 1}{2x^2 + x + 2}$.
 La fonction $u : x \mapsto 2x^2 + x + 2$ est strictement positive d'après la question a) donc le signe de f est celui de $4x + 1$.
 $4x + 1 > 0 \Leftrightarrow 4x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{4}$.
 On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f			

Exercice3(4pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$.

(a) Calculer l'expression de la dérivée f' de f. (2 pts)

Solution:
 D'après le cours, f étant de la forme " $\ln(u)$ ",
 On a $f'(x) = [\ln(u)]'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$,
 avec $u(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow u'(x) = 2x + 1$ d'où $f'(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$

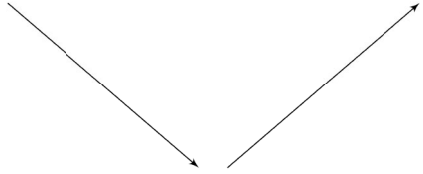
(b) Dresser le tableau de variation de f. (2 pts)

Solution:
 Déterminons le signe de $f'(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$.
 La fonction $u : x \mapsto x^2 + x + 1$ est strictement positive d'après la question a) donc le signe de f est celui de $2x + 1$.

Nom et prénom: _____

$$2x + 1 > 0 \Leftrightarrow 2x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f			

Question:	1	2	3	Total
Points:	2	4	4	10
Score:				