

**PREPARER EVALUATION DS 4 (1) de
MATHEMATIQUES (1 heure) MATH COMP2024**

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: _____

Exercice1(2pts)

Niveau premiere

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = (5x - 4)e^{-5x+1}$$

Calculer la dérivée de f puis en déduire le tableau de variation de la fonction f .

Solution:

La dérivée du produit de deux fonctions u et v est $(uv)' = u'v + uv'$.

De plus, d'après le cours, $(e^w)' = w'e^w$.

On en déduit que:

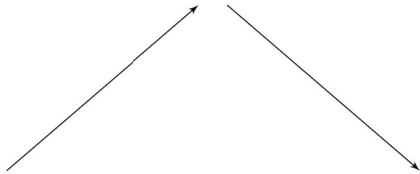
$$((5x - 4)e^{-5x+1})' = 5 \times e^{-5x+1} + (5x - 4) \times (-5)e^{-5x+1}$$

$$f'(x) = e^{-5x+1} \times (-25x + 25) \text{ en factorisant par } e^{-5x+1}$$

Comme la fonction exponentielle est strictement positive, le signe de f' ne dépend que du signe de la fonction affine $g(x) = -25x + 25$.

$$g(x) > 0 \Leftrightarrow -25x + 25 > 0 \Leftrightarrow x < 1.$$

On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f			

Exercice2(4pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \ln(2x^2 + x + 3)$.

(a) Calculer l'expression de la dérivée f' de f .

(2 pts)

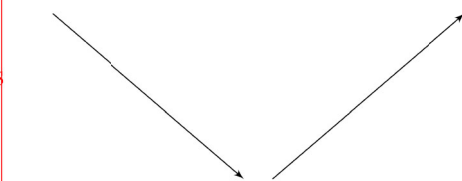
Solution:

D'après le cours, f étant de la forme " $\ln(u)$ ",

On a $f'(x) = [\ln(u)]'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$,
 avec $u(x) = 2x^2 + x + 3 \Rightarrow u'(x) = 4x + 1$ d'où $f'(x) = \frac{4x + 1}{2x^2 + x + 3}$

(b) Dresser le tableau de variation de f. (2 pts)

Solution:
 Déterminons le signe de $f'(x) = \frac{4x + 1}{2x^2 + x + 3}$.
 La fonction $u : x \mapsto 2x^2 + x + 3$ est strictement positive d'après la question a) donc le signe de f est celui de $4x + 1$.
 $4x + 1 > 0 \Leftrightarrow 4x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{4}$.
 On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f			

Exercice3(4pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \ln(3x^2 + 5x + 3)$.

(a) Calculer l'expression de la dérivée f' de f. (2 pts)

Solution:
 D'après le cours, f étant de la forme " $\ln(u)$ ",
 On a $f'(x) = [\ln(u)]'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$,
 avec $u(x) = 3x^2 + 5x + 3 \Rightarrow u'(x) = 6x + 5$ d'où $f'(x) = \frac{6x + 5}{3x^2 + 5x + 3}$

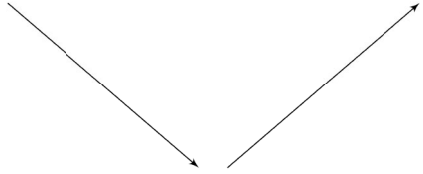
(b) Dresser le tableau de variation de f. (2 pts)

Solution:
 Déterminons le signe de $f'(x) = \frac{6x + 5}{3x^2 + 5x + 3}$.
 La fonction $u : x \rightarrow 3x^2 + 5x + 3$ est strictement positive d'après la question a) donc le signe de f est celui de $6x + 5$.

Nom et prénom: _____

$$6x + 5 > 0 \Leftrightarrow 6x > -5 \Leftrightarrow x > -\frac{5}{6}.$$

On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$	$-\frac{5}{6}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f			

Question:	1	2	3	Total
Points:	2	4	4	10
Score:				