PREPARER EVALUATION DS 4 (1) de MATHEMATIQUES (1 heure) MATH COMP2024

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: ____________________

Exercice1(2pts)

Niveau premiere

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = (5x-4)e^{-5x+1}$$

Calculer la dérivée de f puis en déduire le tableau de variation de la fonction f.

Solution:
La dérivée du produit de deux fonctions u et v est $(uv)' = u'v + uv'$.
De plus, d'après le cours, $(e^w)' = w'e^w$.
On en déduit que:
$((5x-4)e^{-5x+1})' = 5 \times e^{-5x+1} + (5x-4) \times (-5)e^{-5x+1}$
$f'(x) = e^{-5x+1} \times (-25x+25)$ en factorisant par e^{-5x+1}
Comme la fonction exponentielle est strictement positive, le signe de f' ne dépend que du signe de la fonction affine $g(x) = -25x+25$.
$g(x) > 0 \Leftrightarrow -25x+25 > 0 \Leftrightarrow x < 1$.
On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de f'(x)		$+$	0	$-$	
Variations de f		↗		↘	

Exercice2(4pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ln(2x^2+x+3)$.

(a) Calculer l'expression de la dérivée f' de f. (2 pts)

Solution:
D'après le cours, f étant de la forme "$ln(u)$",

Nom et prénom: ______________________________

On a $f'(x) = [ln(u)]'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$,
avec $u(x) = 2x^2 + x + 3 \Rightarrow u'(x) = 4x + 1$ d'où $f'(x) = \dfrac{4x+1}{2x^2+x+3}$

(b) Dresser le tableau de variation de f. (2 pts)

Solution:
Déterminons le signe de $f'(x) = \dfrac{4x+1}{2x^2+x+3}$.
La fonction $u : x \mapsto 2x^2 + x + 3$ est strictement positive d'après la question a) donc le signe de f est celui de $4x + 1$.
$4x + 1 > 0 \Leftrightarrow 4x > -1 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{4}$.
On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
Signe de f'(x)		$-$	0	$+$	
Variations de f		$\searrow$		$\nearrow$	

Exercice3(4pts)
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ln(3x^2 + 5x + 3)$.

(a) Calculer l'expression de la dérivée f' de f. (2 pts)

Solution:
D'après le cours, f étant de la forme "$ln(u)$",
On a $f'(x) = [ln(u)]'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$,
avec $u(x) = 3x^2 + 5x + 3 \Rightarrow u'(x) = 6x + 5$ d'où $f'(x) = \dfrac{6x+5}{3x^2+5x+3}$

(b) Dresser le tableau de variation de f. (2 pts)

Solution:
Déterminons le signe de $f'(x) = \dfrac{6x+5}{3x^2+5x+3}$.
La fonction $u : x \mapsto 3x^2 + 5x + 3$ est strictement positive d'après la question a) donc le signe de f est celui de $6x + 5$.

$6x + 5 > 0 \Leftrightarrow 6x > -5 \Leftrightarrow x > -\frac{5}{6}$.
On en déduit le tableau de variation suivant:

x	$-\infty$		$-\frac{5}{6}$		$+\infty$
Signe de f'(x)		$-$	0	$+$	
Variations de f		$\searrow$		$\nearrow$	

Question:	1	2	3	Total
Points:	2	4	4	10
Score:				