

## Suites arithmétiques

### Bloc 1 Définition d'une suite

Une suite numérique est une fonction définie sur  $\mathbb{N}$ .

À tout entier naturel  $n$ , elle associe un nombre réel noté :

$$u(n)$$

- $u(0)$  est le premier terme ;
- $u(n)$  est le terme de rang  $n$ .

### Bloc 2 Suite arithmétique

Une suite  $(u(n))$  est arithmétique s'il existe un réel  $r$  tel que :

$$u(n+1) = u(n) + r$$

Le réel  $r$  est appelé la **raison** de la suite.

Chaque terme s'obtient en ajoutant toujours le même nombre.

### Bloc 3 Formule explicite

Soit  $(u(n))$  une suite arithmétique de raison  $r$ .

$$u(n) = u(0) + nr$$

Si le premier terme est  $u(1)$  :

$$u(n) = u(1) + (n-1)r$$

### Bloc 4 Sens de variation

Le sens de variation dépend du signe de la raison  $r$  :

- si  $r > 0$ , la suite est croissante ;
- si  $r < 0$ , la suite est décroissante ;
- si  $r = 0$ , la suite est constante.

### Bloc 5 Représentation graphique

Une suite se représente par des points de coordonnées :

$$(n; u(n))$$

Si la suite est arithmétique, les points sont alignés.

## Fonctions affines

### Bloc 6 Définition

Une fonction affine est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = ax + b$$

où :

- $a$  est le coefficient directeur ;
- $b$  est l'ordonnée à l'origine.

### Bloc 7 Coefficient directeur

Le coefficient directeur d'une droite passant par  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  est :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

### Bloc 8 Sens de variation

Le sens de variation de la fonction affine dépend du signe de  $a$  :

- si  $a > 0$ , la fonction est croissante ;
- si  $a < 0$ , la fonction est décroissante ;
- si  $a = 0$ , la fonction est constante.

### Bloc 9 Déterminer une fonction affine

Pour déterminer une fonction affine :

1. calculer le coefficient directeur  $a$  ;
2. déterminer ensuite  $b$  grâce à un point connu.

## Croissance linéaire

### Bloc 10 Phénomène discret ou continu

- Un phénomène est **discret** lorsque la variable prend des valeurs entières.
- Un phénomène est **continu** lorsque la variable varie dans un intervalle.

### Bloc 11 Croissance linéaire

Une croissance est dite **linéaire** lorsque l'accroissement est constant.

- phénomène discret → suite arithmétique ;
- phénomène continu → fonction affine.

## À retenir

### Synthèse

— Une suite arithmétique vérifie :

$$u(n+1) = u(n) + r$$

— Formule explicite :

$$u(n) = u(0) + nr$$

— Une fonction affine est de la forme :

$$f(x) = ax + b$$

— Le signe de  $r$  ou de  $a$  détermine le sens de variation.

— Une croissance linéaire correspond :

— à une suite arithmétique (discret) ;

— à une fonction affine (continu).

## Exemples et applications

### Exemple 1 Calculer des termes d'une suite arithmétique

Soit la suite définie par :

$$u(0) = 3 \quad \text{et} \quad r = 5$$

On calcule :

$$u(1) = u(0) + r = 3 + 5 = 8$$

$$u(2) = u(1) + r = 8 + 5 = 13$$

$$u(3) = 13 + 5 = 18$$

Donc :

$$u(1) = 8, \quad u(2) = 13, \quad u(3) = 18$$

### Exemple 2 Formule explicite

Soit une suite arithmétique de premier terme :

$$u(0) = 12$$

et de raison :

$$r = -5$$

Alors :

$$u(n) = u(0) + nr$$

d'où :

$$u(n) = 12 - 5n$$

Calculons :

$$u(10) = 12 - 5 \times 10$$

$$u(10) = 12 - 50 = -38$$

Donc :

$$u(10) = -38$$

### Exemple 3 Sens de variation

Soit une suite arithmétique de raison :

$$r = -3$$

Comme :

$$r < 0$$

la suite est :

décroissante

### Exemple 4 Déterminer une fonction affine

On cherche la fonction affine telle que :

$$f(1) = 6 \quad \text{et} \quad f(3) = 10$$

Le coefficient directeur vaut :

$$a = \frac{10 - 6}{3 - 1}$$

$$a = \frac{4}{2} = 2$$

Donc :

$$f(x) = 2x + b$$

Or :

$$f(1) = 6$$

donc :

$$2 \times 1 + b = 6$$

$$b = 4$$

Ainsi :

$$f(x) = 2x + 4$$

### Exemple 5 Sens de variation d'une fonction affine

On considère :

$$f(x) = -3x + 2$$

Le coefficient directeur est :

$$a = -3$$

Comme :

$$a < 0$$

la fonction est :

décroissante

### Exemple 6 Croissance linéaire discrète

Le nombre d'abonnés d'une chaîne augmente de 120 chaque mois.

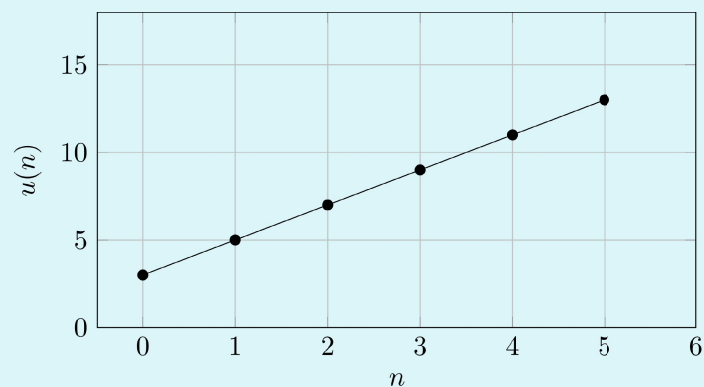
On modélise cette évolution par une suite arithmétique :

$$u(n+1) = u(n) + 120$$

La raison est :

$$r = 120$$

### Exemple 7 Représentation graphique d'une suite



Les points sont alignés : il s'agit bien d'une suite arithmétique.

### Exemple 8 Représentation d'une fonction affine

On considère la fonction affine :

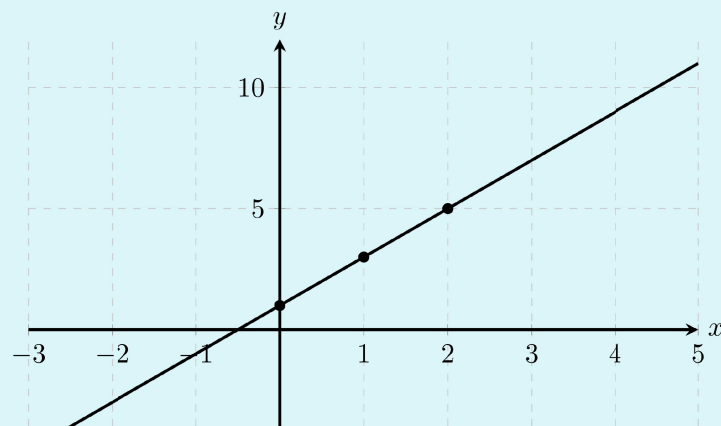
$$f(x) = 2x + 1$$

— coefficient directeur :

$$a = 2$$

— ordonnée à l'origine :

$$b = 1$$



La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.