BAC BLANC 1de MATHEMATIQUES (SUJET 1 et 2)
MARS 2026

L'énoncé est à rendre avec la copie : pensez donc à mettre votre nom au moins sur la première page de l'énoncé. Les pages de copies devront être numérotées. La calculatrice est AUTORISÉE EN MODE EXAMEN UNIQUEMENT.

Nom et prénom : ____

Nom et prénom : ______________________________

Exercice1(20pts)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

On munit l'espace d'un repère orthonormé

$$\left(O\,;\,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right).$$

(1) On considère les points $A(-1;0;5)$ et $B(3;2;-1)$.

i. **Affirmation 1 :** Une représentation paramétrique de la droite (AB) est (4 pts)

$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

Solution : On calcule le vecteur $\vec{AB} = B - A = (3-(-1),\, 2-0,\, -1-5) = (4, 2, -6)$.
Une représentation paramétrique de (AB) est donc :

$$\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2t \\ z = 5 - 6t \end{cases}$$

La représentation proposée correspond au point $B(3, 2, -1)$ pour $t = 0$, et a pour vecteur directeur $(-2, -1, 3)$.
Or $(-2, -1, 3) = -\frac{1}{2}(4, 2, -6)$, donc ce vecteur est colinéaire à $\vec{AB}$.
Ainsi, cette représentation paramétrique décrit bien la droite (AB).
Conclusion : l'affirmation 1 est vraie.

ii. **Affirmation 2 :** Le vecteur (4 pts)

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

est normal au plan (OAB).

Solution : Le plan (OAB) est engendré par les vecteurs $\vec{OA} = (-1, 0, 5)$ et $\vec{OB} = (3, 2, -1)$.
Un vecteur normal doit être orthogonal à ces deux vecteurs.
On calcule :

$$\vec{n} \cdot \vec{OA} = 5 \times (-1) + (-2) \times 0 + 1 \times 5 = -5 + 0 + 5 = 0$$

$$\vec{n} \cdot \vec{OB} = 5 \times 3 + (-2) \times 2 + 1 \times (-1) = 15 - 4 - 1 = 10 \neq 0$$

Le vecteur $\vec{n}$ n'est pas orthogonal à $\vec{OB}$, donc il n'est pas normal au plan.
Conclusion : l'affirmation 2 est fausse.

(2) On considère : (6 pts)

— la droite d de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 15 + k \\ y = 8 - k \\ z = -6 + 2k \end{cases} \qquad \text{avec } k \in \mathbb{R};$$

— la droite d' de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 1 + 4s \\ y = 2 + 4s \\ z = 1 - 6s \end{cases} \qquad \text{avec } s \in \mathbb{R}.$$

Affirmation 3 : Les droites d et d' ne sont pas coplanaires.

Solution : Les vecteurs directeurs sont :

$$\vec{u} = (1, -1, 2), \quad \vec{v} = (4, 4, -6)$$

Ils ne sont pas colinéaires.
Cherchons une intersection :

$$\begin{cases} 15 + k = 1 + 4s \\ 8 - k = 2 + 4s \\ -6 + 2k = 1 - 6s \end{cases}$$

On obtient :

$$k = 4s - 14, \quad k = 6 - 4s \Rightarrow 8s = 20 \Rightarrow s = \frac{5}{2}$$

$$k = 6 - 4 \times \frac{5}{2} = -4$$

Vérification OK.
Point d'intersection :

$$(11; 12; -14)$$

Les droites sont sécantes donc coplanaires.
Conclusion : l'affirmation 3 est fausse.

(3) On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation (6 pts)

$$x - y + z + 1 = 0.$$

Affirmation 4 : La distance du point $C(2; -1; 2)$ au plan $\mathcal{P}$ est égale à $2\sqrt{3}$.

Solution : La distance d'un point $C(x_0, y_0, z_0)$ au plan $ax + by + cz + d = 0$ est :

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Ici :

$$d = \frac{|2 - (-1) + 2 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

Conclusion : l'affirmation 4 est vraie.

Nom et prénom : ______________________________

Exercice2(20pts)

Domaines abordés : géométrie dans l'espace, plans, droites, volume.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

On considère les points suivants :

$$A(1;3;0),\qquad B(-1;4;5),\qquad C(0;1;0)\qquad \text{et}\qquad D(-2;2;1).$$

(1) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan. (2 pts)

Solution : Calculons :

$$\overrightarrow{AB}=(-2;1;5),\qquad \overrightarrow{AC}=(-1;-2;0).$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, car il n'existe pas de réel k tel que

$$(-2;1;5)=k(-1;-2;0).$$

En effet, la troisième coordonnée donnerait $5=0$, ce qui est impossible.
Donc les points A, B et C ne sont pas alignés, ils déterminent donc un plan.

$$\boxed{\text{Les points } A,B,C \text{ déterminent un plan.}}$$

(2) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A. (2 pts)

Solution : On calcule le produit scalaire :

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-2)\times(-1)+1\times(-2)+5\times0=2-2+0=0.$$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont perpendiculaires.
Le triangle ABC est donc rectangle en A.

$$\boxed{ABC \text{ est rectangle en } A.}$$

(3) Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur

$$\vec{u}=\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}.$$

i. Démontrer que la droite Δ est orthogonale au plan (ABC). (2 pts)

Solution : Pour montrer que Δ est orthogonale au plan (ABC), il suffit de montrer que son vecteur directeur $\vec{u}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC), par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
On calcule :

$$\vec{u}\cdot\overrightarrow{AB}=2\times(-2)+(-1)\times1+1\times5=-4-1+5=0,$$

$$\vec{u}\cdot\overrightarrow{AC}=2\times(-1)+(-1)\times(-2)+1\times0=-2+2+0=0.$$

Le vecteur $\vec{u}$ est donc orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ et à $\overrightarrow{AC}$, deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC).
Ainsi,

$$\boxed{\Delta\perp(ABC).}$$

ii. Justifier que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne (2 pts)

$$2x - y + z + 1 = 0.$$

Solution : Puisque Δ est orthogonale au plan (ABC), le vecteur

$$\vec{u} = (2; -1; 1)$$

est un vecteur normal au plan (ABC).
Une équation cartésienne de (ABC) est donc de la forme

$$2x - y + z + d = 0.$$

Comme le point $A(1; 3; 0)$ appartient au plan, ses coordonnées vérifient l'équation :

$$2 \times 1 - 3 + 0 + d = 0 \iff 2 - 3 + d = 0 \iff d = 1.$$

Donc une équation cartésienne du plan (ABC) est

$$\boxed{2x - y + z + 1 = 0.}$$

iii. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ. (2 pts)

Solution : La droite Δ passe par $D(-2; 2; 1)$ et a pour vecteur directeur $(2; -1; 1)$.
Une représentation paramétrique de Δ est donc :

$$\boxed{\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 - t & \quad t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 + t \end{cases}}$$

(4) On appelle H le point de coordonnées (4 pts)

$$\left(-\frac{2}{3}\,;\,\frac{4}{3}\,;\,\frac{5}{3}\right).$$

Vérifier que H est le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

Solution : Il faut vérifier que :

— $H \in (ABC)$,
— $H \in \Delta$, avec $\Delta \perp (ABC)$.

1. Vérifions que $H \in (ABC)$.
On remplace dans l'équation du plan :

$$2\left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{4}{3} + \frac{5}{3} + 1 = -\frac{4}{3} - \frac{4}{3} + \frac{5}{3} + 1 = -\frac{8}{3} + \frac{5}{3} + \frac{3}{3} = 0.$$

Donc $H \in (ABC)$.
2. Vérifions que $H \in \Delta$.
Sur Δ,

$$x = -2 + 2t, \quad y = 2 - t, \quad z = 1 + t.$$

Si $t = \dfrac{2}{3}$, alors

$$x = -2 + \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}, \qquad y = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}, \qquad z = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}.$$

On retrouve bien les coordonnées de H. Donc $H \in \Delta$.
Comme $\Delta \perp (ABC)$, le point H, intersection de Δ et du plan (ABC), est le projeté orthogonal de D sur (ABC).

$$\boxed{H \text{ est le projeté orthogonal de } D \text{ sur } (ABC).}$$

(5) On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $V = \frac{1}{3}Bh$, où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h est sa hauteur relative à cette base.

i. Montrer que $DH = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. (2 pts)

Solution : On calcule

$$\overrightarrow{DH} = H - D = \left(-\frac{2}{3} + 2 \ ; \ \frac{4}{3} - 2 \ ; \ \frac{5}{3} - 1\right) = \left(\frac{4}{3} \ ; \ -\frac{2}{3} \ ; \ \frac{2}{3}\right).$$

Donc

$$DH = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{24}{9}} = \sqrt{\frac{8}{3}}.$$

Or

$$\sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Ainsi

$$\boxed{DH = \frac{2\sqrt{6}}{3}}.$$

ii. En déduire le volume du tétraèdre $ABCD$. (2 pts)

Solution : On prend pour base le triangle ABC.
Comme le triangle ABC est rectangle en A,

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC.$$

Calculons les longueurs :

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{30}, \qquad AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{5}.$$

Donc

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{30}\sqrt{5} = \frac{1}{2}\sqrt{150} = \frac{5\sqrt{6}}{2}.$$

La hauteur relative à la base ABC est $DH = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.
Ainsi,

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{5\sqrt{6}}{2} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{5 \times 6}{3} = \frac{10}{3}.$$

Donc
$$\boxed{V_{ABCD} = \frac{10}{3}}.$$

(6) On considère la droite d de représentation paramétrique (2 pts)

$$\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = -3k \\ z = 1 + k \end{cases} \quad \text{où } k \in \mathbb{R}.$$

La droite d et le plan (ABC) sont-ils sécants ou parallèles ?

Solution : La droite d a pour vecteur directeur

$$\vec{v} = (-2; -3; 1).$$

Le plan (ABC) a pour vecteur normal

$$\vec{n} = (2; -1; 1).$$

On calcule :

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = 2 \times (-2) + (-1) \times (-3) + 1 \times 1 = -4 + 3 + 1 = 0.$$

Donc la droite d est parallèle au plan (ABC) ou contenue dans ce plan.
Pour savoir si elle est contenue dans le plan, on teste un point de d, par exemple pour $k = 0$:

$$M(1; 0; 1).$$

On remplace dans l'équation du plan :

$$2 \times 1 - 0 + 1 + 1 = 4 \neq 0.$$

Donc $M \notin (ABC)$.
La droite d n'est donc pas contenue dans le plan, elle est seulement parallèle à celui-ci.

$$\boxed{\text{La droite } d \text{ et le plan } (ABC) \text{ sont parallèles.}}$$