BAC BLANC de MATHEMATIQUES (SUJET 2)
MARS 2026

L'énoncé est à rendre avec la copie : pensez donc à mettre votre nom au moins sur la première page de l'énoncé. Les pages de copies devront être numérotées. La calculatrice est AUTORISÉE EN MODE EXAMEN UNIQUEMENT

Nom et prénom: ______________________________

Nom et prénom: ____________________

Exercice1(20pts)

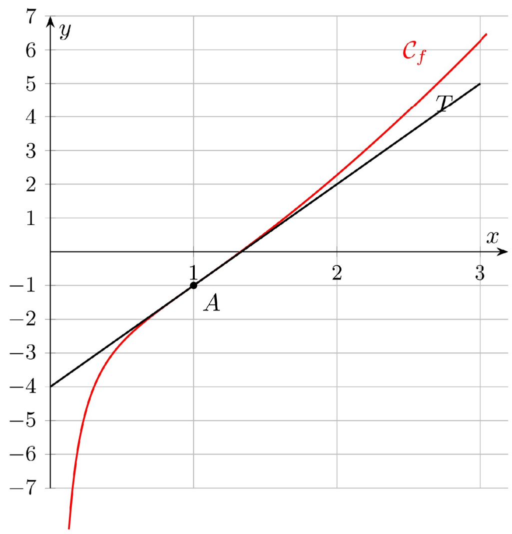
Domaines abordés : convexité, dérivées, représentations graphiques.

Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par

$$f(x) = x\ln(x^2) - \frac{1}{x}.$$

Partie A : lectures graphiques

On a tracé ci-dessous la courbe représentative $(\mathcal{C}_f)$ de la fonction f, ainsi que la droite (T), tangente à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point A de coordonnées $(1;-1)$. Cette tangente passe également par le point $B(0;-4)$.



(a) i. Lire graphiquement $f'(1)$ et donner l'équation réduite de la tangente (T). (2 pts)

ii. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble convexe ou concave. (1 pts)

iii. Que semble représenter le point A pour la courbe $(\mathcal{C}_f)$? (1 pts)

Partie B : étude analytique

(b) i. Déterminer, en justifiant, la limite de f en $+\infty$, puis sa limite en 0. (2 pts)

ii. On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

α) Déterminer $f'(x)$ pour $x \in]0;+\infty[$. (2 pts)

β) Montrer que, pour tout $x \in]0;+\infty[$, (2 pts)

$$f''(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{x^3}.$$

iii. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$. (4 pts)

iv. Étudier les variations de la fonction f', puis le signe de $f'(x)$ pour $x \in]0;+\infty[$. En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$. (4 pts)

v. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0;+\infty[$. (1 pts)

vi. Donner la valeur arrondie au centième de α et montrer que α vérifie (1 pts)

$$\alpha^2 = \exp\left(\frac{1}{\alpha^2}\right).$$

Nom et prénom: ____________________

Question:	1	Total
Points:	20	20
Score:		