

Fiche de révision pour le BAC BLANC

Spécialité mathématiques

Cette fiche reprend les savoir-faire nécessaires pour réussir le BAC BLANC.

1 Probabilités conditionnelles et arbres

Savoir-faire

- Identifier des événements dans un contexte.
- Construire et compléter un arbre pondéré.
- Calculer une probabilité d'intersection :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B).$$

- Calculer une probabilité totale :

$$P(B) = P(A)P_A(B) + P(\bar{A})P_{\bar{A}}(B).$$

- Utiliser une probabilité conditionnelle :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

- Calculer une probabilité inverse avec la formule de Bayes :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Applications

- Compléter un arbre de probabilités.
- Interpréter un résultat dans le contexte.
- Vérifier une affirmation probabiliste.

2 Loi binomiale

Reconnaître une loi binomiale

Une variable aléatoire X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ lorsqu'il y a :

- un nombre fixe d'essais n ;
- des essais indépendants ;
- deux issues possibles ;
- une probabilité de succès constante p .

Calculs à maîtriser

— Probabilité ponctuelle :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

— Probabilités cumulées à la calculatrice :

$$P(X \geq k), \quad P(X \leq k).$$

— Espérance :

$$E(X) = np.$$

— Variance :

$$V(X) = np(1-p).$$

Applications

- Modéliser une situation réelle.
- Calculer une probabilité.
- Interpréter une espérance.

3 Variables aléatoires : espérance et variance

Savoir-faire

— Calculer l'espérance d'une somme :

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y).$$

— Calculer la variance d'une somme de variables indépendantes :

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y).$$

— Utiliser l'écart-type :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}.$$

Applications

- Interpréter une espérance dans un contexte réel.
- Calculer variance et écart-type d'une somme.

4 Suites numériques

4.1 Suite géométrique

Savoir-faire

— Identifier une suite géométrique :

$$u_{n+1} = qu_n.$$

— Utiliser la formule explicite :

$$u_n = u_0 q^n.$$

— Déterminer une limite : si $|q| < 1$, alors $u_n \rightarrow 0$.

Applications

- Modéliser une évolution de population.
- Déterminer une année à partir d'une inéquation.

4.2 Suites définies par récurrence

Savoir-faire

- Calculer les premiers termes.
- Démontrer une propriété par récurrence.
- Montrer qu'une suite est monotone et bornée.
- Utiliser :

suite bornée + monotone \implies suite convergente.

Limite

Si $u_n \rightarrow \ell$ et si la relation de récurrence est donnée par $u_{n+1} = f(u_n)$ avec f continue, alors on cherche ℓ avec :

$$\ell = f(\ell).$$

(Théorème du point fixe)

5 Algorithmique Python

Savoir-faire

Comprendre et compléter une boucle `while` :

```
while condition:  
    instructions
```

Applications

- Recherche d'une année.
- Approximation d'une limite.
- Comparaison de deux suites.
- Lecture et complétion d'un script.

6 Étude de fonctions

6.1 Limites

Savoir-faire

- Calculer une limite à l'aide d'équivalents ou de croissances comparées.
- Interpréter graphiquement une limite.
- Détecter une asymptote.

6.2 Dérivation

Savoir-faire

- Dériver un produit.
- Dériver un quotient.
- Dériver une composée.
- Dériver avec le logarithme népérien.
- Dériver avec l'exponentielle.

Applications

- Étudier le signe de f' .
- Dresser un tableau de variations.
- Utiliser le TVI ou le théorème de la bijection..

7 Convexité

Savoir-faire

- Calculer la dérivée seconde $f''(x)$.
- Déterminer la convexité :
$$f''(x) > 0 \Rightarrow f \text{ convexe}, \quad f''(x) < 0 \Rightarrow f \text{ concave.}$$
- Déterminer un point d'inflexion en recherchant un changement de signe de f'' .

8 Tangente à une courbe

Savoir-faire

Équation de la tangente en a :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

Applications

- Déterminer l'équation d'une tangente.
- Chercher les points où la tangente a un coefficient directeur donné :

$$f'(x) = m.$$

9 Géométrie dans l'espace

9.1 Droites et vecteurs

Savoir-faire

- Calculer un vecteur :
$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A).$$
- Écrire une représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = x_0 + at, \\ y = y_0 + bt, \\ z = z_0 + ct, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

9.2 Plans

Savoir-faire

- Utiliser une équation cartésienne :

$$ax + by + cz + d = 0.$$

- Identifier un vecteur normal :

$$\vec{n} = (a, b, c).$$

9.3 Orthogonalité et parallélisme

Savoir-faire

- Montrer qu'une droite est orthogonale à un plan.
- Utiliser le fait qu'une droite est orthogonale à un plan si son vecteur directeur est colinéaire à un vecteur normal du plan.
- Règle d'incidence droite/plan, droite/droite et plan/plan.

9.4 Distance point-plan

Formule

Pour le point $M(x_0, y_0, z_0)$ et le plan $ax + by + cz + d = 0$:

$$d(M, P) = MH = \sqrt{(x_H - x_M)^2 + (y_H - y_M)^2 + (z_H - z_M)^2}.$$

où H est le projeté orthogonal de M sur P (il faudra déterminer ses coordonnées).

9.5 Volume d'un tétraèdre

Formule

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$

10 Lecture graphique

Savoir-faire

- Lire graphiquement une dérivée.
- Repérer des intervalles de convexité ou de concavité.
- Lire le signe d'une fonction.
- Interpréter un point remarquable.

Résumé

Pour réussir des sujets de ce type, il faut savoir :

1. modéliser une situation probabiliste ;
2. utiliser la loi binomiale ;
3. calculer espérance et variance ;
4. étudier des suites, explicites ou récurrentes ;
5. exploiter un script Python ;
6. mener une étude complète de fonction ;
7. résoudre des problèmes de géométrie dans l'espace.