

**EVALUATION DS 1 (1) de MATHEMATIQUES (1 heure)**  
**TERM STMG2026**

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: \_\_\_\_\_

**Exercice1(10pts)**

**Fractions : remise commerciale et budget.**

- (a) **Remise commerciale.** Un magasin applique une remise de  $\frac{2}{7}$  du prix initial sur plusieurs articles. Un premier article coûte initialement 259 euros.

i. Quelle fraction du prix initial le client paie-t-il ? (1 pts)

**Solution:**  $1 - \frac{2}{7} = \boxed{\frac{5}{7}}$ .

ii. Quel est le montant de la remise sur ce premier article ? (1 pts)

**Solution:**  $\frac{2}{7} \times 259 = \boxed{74}$  euros.

iii. Quel prix le client paie-t-il pour ce premier article ? (1 pts)

**Solution:**  $259 - 74 = \boxed{185}$  euros.

iv. Un second article est vendu 170 euros après la même remise. Quel était son prix initial ? Justifier le calcul. (2 pts)

**Solution:** Soit  $x$  le prix initial de cet article, en euros. On résout l'équation

$$\begin{aligned}\frac{5}{7}x &= 170 \\ \Leftrightarrow 5x &= 7 \times 170 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{7 \times 170}{5} = \boxed{238}.\end{aligned}$$

Le prix initial était de 238 euros.

- (b) **Budget.** Une association dispose d'un budget de 340 euros pour organiser un évènement. Elle consacre  $\frac{1}{4}$  de ce budget à la location d'une salle et  $\frac{1}{5}$  à l'achat de matériel. Le reste est consacré à la communication.

i. Quelle fraction du budget est consacrée à la location et au matériel réunis ? (1 pts)

Nom et prénom: \_\_\_\_\_

**Solution:**  $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5+4}{20} = \frac{9}{20}$ .

- ii. Quelle fraction du budget est consacrée à la communication ? (1 pts)

**Solution:**  $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$ .

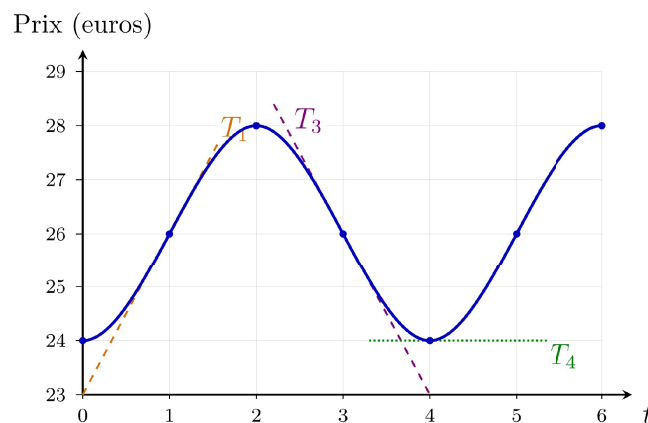
- iii. Calculer les dépenses de location et de matériel, puis la somme qui reste pour la communication. (3 pts)

**Solution:** Location :  $\frac{340}{4} = 85$  euros ; matériel :  $\frac{340}{5} = 68$  euros.  
Il reste  $340 - 85 - 68 = 187$  euros pour la communication.

### Exercice2(10pts)

#### Lecture graphique et vitesse d'évolution.

On étudie le prix  $P(t)$ , en euros, d'un panier de produits,  $t$  années après le début de l'observation. La courbe ci-dessous est définie pour  $0 \leq t \leq 6$ . Les droites  $T_1$ ,  $T_3$  et  $T_4$  sont tangentes à la courbe aux abscisses respectives 1, 3 et 4. On prolongera les tangentes si nécessaire.



- (a) Lire  $P(0)$ ,  $P(2)$  et  $P(4)$ . Préciser l'unité des valeurs lues. (2 pts)

**Solution:**  $P(0) = 24$  euros,  $P(2) = 28$  euros et  $P(4) = 24$  euros.

- (b) Déterminer tous les antécédents de 26 par  $P$ . (1 pts)

**Solution:** Les antécédents sont  $1, 3$  et  $5$ .

Nom et prénom: \_\_\_\_\_

- (c) Résoudre graphiquement l'inéquation  $P(t) \geq 26$  sur  $[0; 4]$ . (2 pts)

**Solution:** Sur les quatre premières années, on lit  $t \in [1; 3]$ .

- (d) Donner le minimum et le maximum de  $P$  sur  $[0; 6]$ , avec les valeurs de  $t$  correspondantes. Dresser le tableau de variation de  $P$ . (2 pts)

**Solution:** Minimum : 24 euros pour  $t = 0$  et  $t = 4$  ; maximum : 28 euros pour  $t = 2$  et  $t = 6$ .

| $t$               | 0  | 2  | 4  | 6  |
|-------------------|----|----|----|----|
| Variations de $P$ | 24 | 28 | 24 | 28 |

- (e) Lire les pentes des tangentes  $T_1$  et  $T_3$  à l'aide du quadrillage. Interpréter chacune comme une vitesse d'évolution du prix à l'instant considéré. (2 pts)

**Solution:** Sur la tangente  $T_1$ , une année sur l'axe horizontal correspond à une hausse de 3 euros. Sa pente est  $P'(1) = 3 \text{ euros/an}$ . À  $t = 1$ , le prix augmente momentanément à cette vitesse. Sur la tangente  $T_3$ , une année correspond à une baisse de 3 euros. Sa pente est  $P'(3) = -3 \text{ euros/an}$ . À  $t = 3$ , le prix diminue momentanément de 3 euros par an.

- (f) Que vaut  $P'(4)$  ? Expliquer ce que cela signifie pour le prix à cet instant. (1 pts)

**Solution:** La tangente  $T_4$  est horizontale, donc  $P'(4) = 0 \text{ euro/an}$  : à cet instant, le prix est momentanément stable.

### Exercice3(10pts)

#### Dérivées et vitesses d'évolution.

- (a) **Coût de production.** Une entreprise fabrique des objets. Pour  $x \in [0; 20]$ , le coût total de production de  $x$  objets, exprimé en euros, est modélisé par

$$C(x) = 3x^2 + 6x + 140.$$

- i. Déterminer l'expression de  $C'(x)$ . (1 pts)

**Solution:**  $C'(x) = 6x + 6$ .

- ii. Calculer  $C(4)$  et  $C'(4)$ . (2 pts)

**Solution:**  $C(4) = 3 \times 4^2 + 6 \times 4 + 140 = \boxed{212}$  euros ;  $C'(4) = 6 \times 4 + 6 = \boxed{30}$  euros/objet.

- iii. Expliquer la différence entre les deux résultats de la question précédente, en précisant leurs unités. (1 pts)

**Solution:**  $C(4)$  représente le coût total pour 4 objets, en euros.  $C'(4)$  mesure la vitesse d'évolution de ce coût lorsque la production est de 4 objets, en euros par objet.

- iv. Résoudre sur  $[0; 20]$  l'équation  $C'(x) = 54$ . Interpréter la solution dans le contexte. (2 pts)

**Solution:**

$$\begin{aligned} 6x + 6 &= 54 \\ \iff 6x &= 48 \\ \iff x &= \boxed{8}. \end{aligned}$$

Pour une production de 8 objets, le coût varie momentanément à raison de 54 euros par objet.

- (b) **Stock.** Le stock d'un entrepôt, exprimé en objets, est modélisé  $t$  mois après le début de l'étude par

$$S(t) = t^3 - 27t + 330, \quad t \in [0; 6].$$

- i. Calculer  $S'(t)$ . (1 pts)

**Solution:**  $S'(t) = 3t^2 - 27$ .

- ii. Calculer  $S'(3)$  et interpréter ce résultat. (1 pts)

**Solution:**  $S'(3) = 3 \times 3^2 - 27 = \boxed{0}$  objet par mois : à cet instant, le stock est momentanément stable.

- iii. À quel instant la vitesse d'évolution du stock vaut-elle 81 objets par mois ? Justifier par une équation. (2 pts)

**Solution:** On résout  $S'(t) = 81$  :

$$\begin{aligned} 3t^2 - 27 &= 81 \\ \iff 3t^2 &= 108 \\ \iff t^2 &= 36. \end{aligned}$$

Il y a deux solutions :  $-6$  et  $6$ . Comme  $t \in [0; 6]$ , seule la solution positive convient :  $t = \boxed{6}$  mois.

Nom et prénom: \_\_\_\_\_

|           |    |    |    |       |
|-----------|----|----|----|-------|
| Question: | 1  | 2  | 3  | Total |
| Points:   | 10 | 10 | 10 | 30    |
| Score:    |    |    |    |       |